

Moto vario nel piano

Problema

Un aereo si muove con velocità costate di 864Km/h in direzione Nord-Est rispetto ad una località L. Nell'istante t l'aereo è a distanza 5Km dalla verticale della località.

Determinare la posizione dell'aereo e la distanza dalla località L dopo 20 s.

Elaborazioni

Nel piano orizzontale della località L adottiamo un riferimento cartesiano xOy , con l'asse delle ascisse positivo orientato verso Est, l'asse delle ordinate che punta verso Nord e la località L nell'origine degli assi.

Sia P_1 il piede della perpendicolare condotta dalla posizione dell'aereo nell'istante t_1 al piano orizzontale di riferimento e indichiamo con P_2 il piede della perpendicolare condotta dalla posizione dell'aereo nell'istante $t_2=t_1+20s$ sempre sul piano orizzontale di riferimento.

Il vettore posizione iniziale della proiezione dell'aereo è

$$\overrightarrow{OP_1} = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j}, \text{ con } |\overrightarrow{OP_1}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = 5Km.$$

Poiché la direzione dell'aereo è Nord-Est l'espressione del precedente vettore è

$$\overrightarrow{OP_1} = \left(5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} + 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} \right) Km \quad (1)$$

Sappiamo che l'aereo si muove con velocità costante, quindi di moto rettilineo uniforme; anche la sua proiezione ortogonale sul piano orizzontale di riferimento si muoverà di moto rettilineo uniforme. Essendo $\Delta t=20s$ l'ampiezza dell'intervallo di tempo considerato affinché la proiezione ortogonale dell'aereo diventi P_2 , per definizione di velocità si ha

$$\vec{V} = \frac{\overrightarrow{P_1P_2}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1}}{\Delta t}, \text{ da cui}$$

$$\overrightarrow{OP_2} = \overrightarrow{OP_1} + \vec{V} \cdot \Delta t \quad (2)$$

Esprimiamo in coordinate cartesiane il vettore velocità.

$$\vec{V} = V \cos 45^\circ \vec{i} + V \cos 45^\circ \vec{j} = 864 \frac{Km}{h} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} \right) \quad (3)$$

L'espressione della (2) diventa

$$\overrightarrow{OP_2} = \left(5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} + 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} \right) Km + 864 \frac{Km}{h} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} \right) \cdot \frac{20}{3600} h = \frac{49}{5} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} \right) Km \approx 6,930 \cdot (\vec{i} + \vec{j}) Km$$

L'aereo dopo 20s si trova sulla verticale per il punto $P_2(6,930Km; 6,930Km)$; la distanza di P_2 dalla località L è

$$|\overrightarrow{OP_2}| = \sqrt{\left(\frac{49}{10} \sqrt{2} \right)^2 + \left(\frac{49}{10} \sqrt{2} \right)^2} Km = \frac{49}{10} \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} Km = 9,8 Km$$

L'aereo nei 20 s ha percorso un tratto rettilineo congruente al segmento P_1P_2 la cui misura è 4,8Km.

