

Integrali definiti (calcolo di aree e di volumi)

Alle prese con un'aiuola logaritmica

Quesito_1

Considerata la funzione $f(x) = \log^2 x$, dimostrare che ammette un punto di minimo assoluto in $x=1$ ed un punto di flesso per $x=e$.

Calcolare l'area della regione finita di piano S delimitata dal diagramma della funzione e dalla retta r di equazione $y=f(e)$.

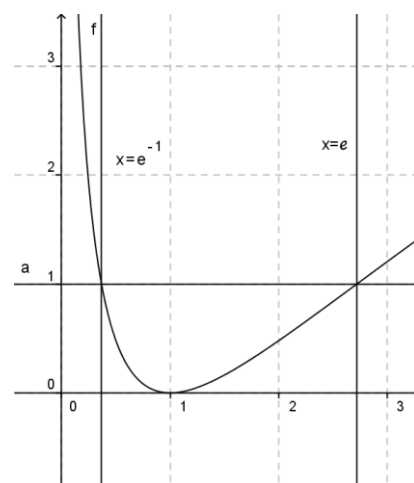


Figura 1

Quesito_2 (la capacità di un'aiuola)

Si vuole costruire un'aiuola a partire dalla diagramma della funzione logaritmica $f(x) = \log^2 x$. La regione piana considerata è quella finita delimitata dalla retta $y=1$ e dal diagramma della funzione $f(x) = \log^2 x$ (vedere la Figura 1). La profondità $p(x)$

dell'aiuola dipende dalla distanza x dall'asse y secondo la legge

$$p(x) = \frac{1}{2} \left(e - \frac{x}{2} \right), \text{ con } e^{-1} \leq x \leq e.$$

Con x espresso in metri, calcolare la capacità dell'aiuola, per stabilire quanti metri cubi di terreno servono per colmarla.