

Studio di una funzione razionale fratta e calcolo di un'area

Q1- Considerata la funzione $f(x) = \frac{ax}{(bx+1)^2}$, con $b \neq 0$, determinare i valori delle costanti a, b per i

quali la funzione abbia in $x=2$ un punto stazionario ed il suo diagramma passi dal punto $P(-1;4)$.

Q2- Studiare la funzione ottenuta e rappresentare il suo diagramma nel riferimento xOy .

Q3- Riconosciuto che $x=2$ è punto di minimo per la funzione, calcolare l'area della regione finita di piano delimitata dalla retta passante per i punti P ed $A(2;f(2))$.

Soluzione

Q1- Imponiamo le condizioni:

a) di passaggio della curva della funzione $y=f(x)$ dal punto $P(-1;4)$

$$f(-1) = 4 \rightarrow \frac{-a}{(-b+1)^2} = 4$$

Facciamo a questo punto notare espressamente che deve essere $a \neq 0$.

b) Per definizione una funzione ha in x_0 un punto stazionario...

$$\text{La funzione da studiare è } f(x) = \frac{-x}{\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2} = \frac{-4x}{(x+2)^2}$$

Q2- Studio della funzione

1) Dominio: $A = \mathbb{R} - \{-2\}$

2) Segno e zeri

La funzione si annulla solo per $x=0$, è positiva per $x < 0$ e $x \neq -2$, è negativa per $x > 0$.

3) Limiti ...

.

4) Monotonia, crescita, decrescenza, massimi e minimi relativi e assoluti.

...

Il punto $x=2$ è di minimo relativo proprio; tenendo conto delle informazioni ricavate prima si

deduce che il punto è addirittura **di minimo assoluto** e risulta $\min = f(2) = -\frac{1}{2}$.

5) Concavità e flessi

...

Il diagramma della funzione è rappresentato in **Figura 1**

Q3- Calcolo dell'area (applicazione del calcolo integrale)

$$\int_{x_p}^{x_A} \left(-\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} - f(x) \right) dx \dots \simeq 4,795$$

