

Geometria analitica e Calcolo integrale

Iperbole e solido di rotazione

⁽¹⁾Quesito

Rappresentare nel piano cartesiano la conica cui appartiene il diagramma della seguente funzione $y = \frac{1}{2}\sqrt{9x^2 - 36}$ e successivamente calcolare il volume del solido descritto in una rotazione completa attorno all'asse x dalla regione finita di piano delimitata dal diagramma della funzione, dall'asse delle ascisse e dalla retta $x = 5$.

Soluzione

Il diagramma della funzione è una parte dell'iperbole avente equazione $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$.

L'iperbole, insieme ai due asintoti, è rappresentata in figura con stile tratteggio, mentre con stile continuo sono rappresentati il diagramma della funzione e la retta $x=5$. Nella figura è anche indicata la regione piana che nella rotazione descrive il solido di cui si deve calcolare il volume.

Equazioni degli asintoti:

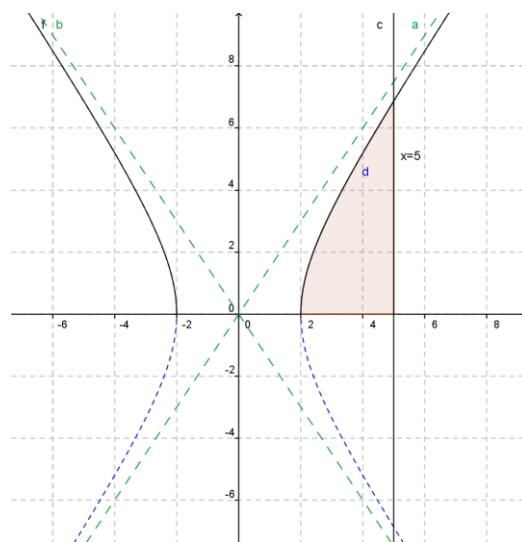
$$a: y = \frac{3}{2}x$$

$$b: y = -\frac{3}{2}x$$

Calcolo del volume del solido di rotazione

Il volume del solido descritto nella rotazione completa dalla regione piana indicata in figura è il valore del seguente integrale definito:

$$\int_2^5 \pi [f(x)]^2 dx = \int_2^5 \pi \left[\frac{1}{2} \sqrt{9x^2 - 36} \right]^2 dx = \frac{\pi}{4} \int_2^5 (9x^2 - 36) dx = \frac{\pi}{4} [3x^3 - 36x]_2^5 = 121,5$$



⁽¹⁾ Quesito assegnato in una prova scritta in una quinta classe di Liceo Scientifico M8_5I-30-05-11