

Esercizi sui punti stazionari, sui punti di flesso e sulla monotonia Funzione goniometrica, funzione esponenziale, funzione logaritmica

⁽¹⁾Affrontare i seguenti quesiti

- Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f(x) = \sin^3 x$, per $0 \leq x \leq 2\pi$.
- Determinare i punti di massimo, i punti di minimo e gli eventuali punti di flesso della funzione $g(x) = x^2 e^{-3x}$.
- Della funzione $h(x) = \log(x^2 + 1) - x$, determinare gli intervalli di monotonia, gli eventuali punti di flesso ed il loro tipo.

Soluzione

a) $f(x) = \sin^3 x \rightarrow f'(x) = 3\sin^2 x \cos x$

Limitatamente all'intervallo $[0; 2\pi]$ la funzione derivata prima si annulla nei punti:

$$x_1 = 0, x_2 = \frac{\pi}{2}, x_3 = \pi, x_4 = \frac{3\pi}{2}, x_5 = 2\pi.$$

Osservazione

Dato che la funzione è periodica di periodo $T=2\pi$, nei punti 0 e 2π ha lo stesso comportamento.

Per classificare i punti...

b) $g(x) = x^2 e^{-3x} \rightarrow g'(x) = 2xe^{-3x} - 3x^2 e^{-3x} = (2x - 3x^2)e^{-3x}$

I punti stazionari sono ...

Classificazione

...

Punti di flesso

La derivata seconda si annulla nei punti $x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{3}$.

...

c) $h(x) = \log(x^2 + 1) - x$

Dominio di definizione e derivabilità

La funzione è definita su tutto l'asse reale, è continua e derivabile in tutto il dominio.

Monotonia

La funzione derivata prima è ...

Ricerca dei punti di flesso e loro classificazione

La funzione ammette derivate di qualsiasi ordine; per stabilire se esistono altri punti di flesso calcoliamo la derivata seconda.

...

Il diagramma della funzione volge la concavità verso l'alto (la funzione è convessa) nell'intervallo $]-1; 1[$ e la concavità verso il basso (la funzione è concava) in ciascuno degli intervalli $]-\infty; -1[$, $]1; +\infty[$.

⁽¹⁾ Esercizi assegnati nel compito in classe M5_5I-14-04-11



Verso l'Esame di Stato nel Liceo Scientifico

La soluzione completa è disponibile per gli utenti registrati dl sito

I punti di flesso sono soltanto $x_1=-1$, $x_2=1$.

Classificazione

...

