

Funzioni esponenziali

Problema

Considerata la famiglia di curve avente equazione

$$y = e^{2x} - (k+2)e^x - 2k \quad (1)$$

Risolvere i quesiti che seguono.

Q1- Studiare la funzione ottenuta per $k=0$ e rappresentare il suo diagramma in un riferimento cartesiano ortogonale. Precisare l'eventuale esistenza di punti di massimo o di minimo relativo o assoluto e di punti di flesso.

Q2- Sia $S(h)$ l'area della regione piana delimitata dall'asse delle ascisse, dal diagramma della curva studiata nel precedente quesito, dall'asse delle ordinate e dalla retta di equazione $x=h$, con $h<0$.

Studiare il limite

$$\lim_{h \rightarrow -\infty} S(h).$$

Q3- Dimostrare che tutte le curve aventi equazione (1) ammettono un asintoto orizzontale parallelo all'asse delle ascisse.

Q4- Dimostrare che tutte le curve aventi equazione (1) con $k > -2$ hanno un solo punto in cui la tangente alla stessa curva è parallela all'asse delle ascisse. Classificare la natura di detto punto per la funzione corrispondente.

Soluzione

Q1- Per $k=0$ si ha la funzione $f(x) = e^{2x} - 2e^x$.

Dominio e continuità

La funzione è definita su tutto l'asse reale, è continua ed ammette derivata di qualsiasi ordine continua.

Limiti agli estremi del dominio

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{2x} - 2e^x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x (e^x - 2) = +\infty \cdot (+\infty - 2) = +\infty$$

...

Monotonia, massimi e minimi relativi o assoluti

Dal valore ottenuto per il limite per $x \rightarrow +\infty$ emerge che l'estremo superiore della funzione è $+\infty$ e dunque la funzione...

Concavità, convessità e flessi

Studio del segno e degli zeri della derivata seconda

$$f''(x) = 4e^{2x} - 2e^x = 2e^x (2e^x - 1)$$

...

A margine è rappresentato il diagramma della funzione studiata.

Q2- La regione piana in questione ha come area il valore del seguente integrale definito:

...

Operatività con GeoGebra

Per calcolare l'area $S(h)$ della regione piana in questione, cioè il valore dell'integrale definito (2), è stato definito lo "slider **h**", ...

Verso l'Esame di Stato- Lo sviluppo completo del problema è disponibile per gli utenti registrati del sito nella sezione: [Esame di Stato\Preparazione all'esame di Stato](#)

Q3- Si può riconoscere la proprietà indicata nel quesito osservando che per ogni valore...

Q4- La derivata prima della funzione parametrica

$$y = e^{2x} - (k + 2)e^x - 2k$$

...