

Studio di una funzione razionale fratta

Calcolo di aree di regioni piane

Problema

- 1) Considerata la funzione $f(x) = ax + \frac{b}{x^2}$, determinare i valori dei parametri a e b per i quali il grafico della stessa passa per il punto $A(2;1)$ ed ha un estremo nel punto $x=1$.
- 2) Si studi la funzione definita nel precedente punto e si rappresenti il suo grafico, classificando in particolare il punto $x=1$; stabilire altresì se la funzione ammette punti di flesso.
- 3) Determinare l'equazione della retta tangente t al grafico della funzione nel punto di ascissa $x=1$ e precisare se essa ha in comune con il grafico ulteriori punti.
- 4) Riconosciuto nel precedente punto 3) che il punto B di ascissa $x=-1/2$ è comune alla retta tangente t e al grafico della funzione e indicato con C l'unico punto di intersezione del grafico con l'asse delle ascisse, determinare l'area della regione finita di piano delimitata dall'asse delle ascisse, dalla retta OB e dal grafico della funzione.

Risposte

- 1) $a = \frac{8}{17}$, $b = \frac{4}{17} \rightarrow f(x) = \frac{4}{17} \left(2x + \frac{1}{x^2} \right)$
- 2) Il punto $x=1$ è di minimo relativo; il grafico della funzione non presenta punti di flesso.
- 3) $t: y = \frac{12}{17}$. La retta t ha con il diagramma della funzione in comune oltre al punto A anche il punto $B\left(-\frac{1}{2}; \frac{12}{17}\right)$.
- 4) $C\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}; 0\right)$, $Area \approx 0,261$

