

Ministero dell'Istruzione dell'Università e della Ricerca
ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Tema di: MATEMATICA

ESEMPIO PROVA del 29-04-2016

QUESTIONARIO

1. Determinare il volume del solido generato dalla rotazione attorno alla retta di equazione $y=3$ dalla regione di piano delimitata dalla curva di equazione $y=x^3-x+3$ e dalla stessa retta.
2. Verificare che la funzione $f(x) = \frac{1}{\frac{1}{3^x} + 1}$ ha una discontinuità di prima specie ("a salto"), mentre la funzione $g(x) = \frac{x}{\frac{1}{3^x} + 1}$ ha una discontinuità di terza specie ("eliminabile").
3. Durante il picco massimo di un'epidemia di influenza il 15% della popolazione è a casa ammalato:
 - a. qual è la probabilità che in una classe di 20 alunni ce ne siano più di due assenti per influenza?
 - b. descrivere le operazioni da compiere per verificare che, se l'intera scuola ha 500 alunni, la probabilità che ce ne siano più di 50 influenzati è maggiore del 99%.
4. Utilizzando il differenziale calcola di quanto aumenta il volume di un cono retto avente raggio di base di 2m e altezza 4m quando il raggio di base aumenta di 2cm.
5. Considerata la parabola di equazione $y = 4 - x^2$, nel primo quadrante ciascuna (retta) tangente alla parabola delimita con gli assi coordinati un triangolo. Determinare il punto di tangenza in modo che l'area di tale triangolo sia minima.
6. Determinare la soluzione particolare dell'equazione differenziale $y' - x = xy$ verificante la condizione $y(0)=2$.
7. Calcolare il valore medio della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & 1 \leq x \leq 3 \\ e^{x-3} + 1 & 3 < x \leq 6 \end{cases}$$

nell'intervallo $[1;6]$ e determinare il valore della x in cui la funzione assume il valore medio.

8. Una sfera ha il raggio che aumenta al passare del tempo secondo una data funzione $r(t)$. Calcolare il raggio della sfera nell'istante in cui la velocità di crescita della superficie sferica e la velocità di crescita del raggio sono numericamente uguali.
9. In un riferimento cartesiano nello spazio $Oxyz$, data la retta r di equazioni:

$$\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t + 1 \\ z = kt \end{cases}$$

e il piano β di equazione

$$x+2y-z+2=0$$

determinare per quale valore di k la retta r e il piano β sono paralleli e la distanza tra essi.

10. Scrivere l'equazione della circonferenza C che ha centro sull'asse y ed è tangente al grafico G_f di $f(x) = x^3 - 3x^2$ nel suo punto di flesso.