

Esercitazione sulla verifica del teorema di Lagrange

Stabilire se le funzioni di seguito indicate verificano nell'intervallo assegnato le ipotesi del teorema di Lagrange e in caso affermativo determinare il punto x_0 previsto nello stesso teorema.

- | | |
|---|---|
| a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$, con $x \in [-1; 2]$ | $\left[x_0 = \frac{1}{2} \right]$ |
| b) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$, con $x \in [-1; 4]$ | $\left[x_1 = \frac{6 - \sqrt{21}}{3}; x_2 = \frac{6 + \sqrt{21}}{3} \right]$ |
| c) $f(x) = \sqrt{x-2}$, con $x \in [2; 6]$ | $[x = 3]$ |
| d) $f(x) = \frac{1}{x-3}$, con $x \in [-2; -1]$ | $\left[x_0 = 3 - 2\sqrt{5} \right]$ |
| e) $f(x) = \frac{1}{x-3}$, con $x \in [2; 4]$ | [Non esiste alcun punto] |
| f) $f(x) = x\sqrt{x+1}$, con $x \in [-1; 3]$ | $\left[x_0 = \frac{\sqrt{21}-1}{6} \right]$ |

Elaborazioni

Ricordiamo l'enunciato del teorema di Lagrange.

Teorema

Considerata una funzione reale di variabile reale definita nell'intervallo $[a; b]$, che sia continua in tutto l'intervallo e derivabile all'interno dello stesso, esiste almeno un punto x_0 interno all'intervallo in cui si verifica la seguente uguaglianza:

$$f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

....