

Esercitazione sugli integrali definiti e il calcolo di aree di figure piane

- 1) Considerata la funzione $f(x) = x^2 + x$, calcolare l'area della regione finita di piano delimitata dal diagramma della funzione e dall'asse delle ascisse relativamente all'intervallo $[0;1]$.

Risposta: $\frac{5}{6}$

- 2) Calcolare il seguente integrale definito $\int_0^3 \sqrt{x+1} dx$

Risposta: $\frac{14}{3}$

- 3) Considerata la funzione $y = \frac{1}{x} + 1$, sia A il suo punto di ascissa $x=1$. La retta $s: y=3/2$ interseca il diagramma della funzione nel punto B. Determinare l'area della regione di piano delimitata dal diagramma della funzione, dalla retta s e dalle rette $x=x_A$, $x=x_B$.

Risposta: $\log 2 - \frac{1}{2}$

- 4) Considerata la funzione $y=\sin x$, scrivere l'equazione della retta t tangente al diagramma della stessa nel punto $x=0$, quindi calcolare l'area della regione piana delimitata dalla retta t , dal diagramma della sinusoide e dalle rette $x=0$, $x=\pi/2$.

Risposta: $\frac{\pi^2}{8} - 1$

- 5) Determinare l'area della regione finita di piano delimitata dall'asse delle ascisse e dal diagramma della funzione $y=\log(x+1)$ relativamente all'intervallo $[1;e-1]$.

Risposta: $2(1 - \log 2)$

- 6) Considerata la funzione razionale $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 2}$, dopo aver determinato l'equazione dell'asintoto obliquo s , calcolare l'area della regione finita di piano delimitata dal diagramma della funzione, dal suddetto asintoto s e dalle rette $x=1$, $x=4$.

Risposta: $6 \log 2$

- 7) Relativamente alla funzione esponenziale $f(x) = xe^{-x}$, dopo aver riconosciuto che ammette un punto x_1 di massimo assoluto ed un punto x_2 di flesso, entrambi di ascisse positive, calcolare l'area della regione finita di piano delimitata dal diagramma della funzione, dall'asse delle ascisse e dalle rette aventi equazioni $x=x_1$, $x=x_2$.

Risposta: $e^{-1}(2 - 3e^{-1})$

- 8) Considerata la funzione $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4}$, dopo aver riconosciuto che è pari e precisato cosa implica detta proprietà relativamente al diagramma della stessa, determinare per quale valore reale positivo di k l'area del sottografico relativo all'intervallo $[-k;k]$ misura $\pi/4$.

Risposta: $\int_{-2}^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx = \frac{\pi}{4}$