

Continuità, derivabilità e grafico della funzione

Primo esercizio

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} k(12 - x^2) & \text{per } 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{2}{x} & \text{per } x > 2 \end{cases},$$

risolvere i quesiti

- 1) Determinare k in modo che la funzione sia continua nel suo dominio.
- 2) Per il valore del parametro k trovato, verificare che la funzione ottenuta è anche derivabile in tutto il suo dominio. Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $x=2$.
- 3) Determinare il dominio della derivata seconda, la concavità e la convessità della funzione, precisando l'esistenza di eventuali flessi.
- 4) Dopo aver studiato il limite per $x \rightarrow +\infty$, tracciare il diagramma della funzione.

Secondo esercizio

Relativamente alla funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{hx+k}{3x-1} & \text{per } x < 1 \\ kx^2 + hx - 1 & \text{per } x \geq 1 \end{cases}$$

Risolvere i seguenti quesiti.

- 1) Determinare h e k in modo che la funzione sia continua e derivabile nell'intervallo $\left] \frac{1}{3}; +\infty \right[$
- 2) Determinare il dominio della derivata seconda, la concavità e la convessità della funzione, precisando l'esistenza di eventuali flessi.
- 3) Tracciare il diagramma della funzione.

$$\text{Risposta al primo quesito: } h = \frac{11}{3}, k = -\frac{5}{3}, f(x) = \begin{cases} \frac{11x-5}{3(3x-1)} & \text{per } x < 1 \\ -\frac{5}{3}x^2 + \frac{11}{3}x - 1 & \text{per } x \geq 1 \end{cases}$$