

Sessione Ordinaria 18-06-2015

M557- Esame di Stato di Istruzione Secondaria Superiore.

Indirizzi : LI02, EA02- Scientifico

LI03, EA09-Scientifico – Opzione Scienze Applicate

Tema di: MATEMATICA

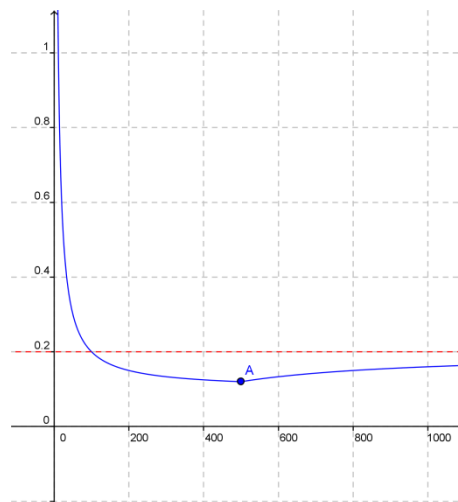
Commento al Problema 1

Per la prima volta, che io ricordi, nell'Esame di Stato del Liceo Scientifico è stato assegnato un problema legato all'economia. Senza dubbio interessante l'articolazione del testo.

Non credo che il contenuto del problema proposto e le richieste cui rispondere da parte degli studenti abbiano creato in essi difficoltà d'impatto tali da spingerli a scartare il problema scegliendo il secondo problema per la prova da affrontare; mi auguro che in tanti si siano cimentati nella risoluzione.

Risolvendo il problema si ha modo di lavorare con semplici funzioni continue, definite con polinomi di primo o secondo grado, con funzioni razionali fratte, con la variabile x che compare al massimo con esponente 2, le cui caratteristiche analitiche sono arcinote agli studenti sin dal secondo anno di Liceo. Qualche perplessità può aver generato il concetto di “costo medio al minuto” per le telefonate; dopo un'attenta lettura del testo, però, ritengo che gli studenti abbiano trovato il modo di esprimere le espressioni di $f(x)$ e $g(x)$ nelle due ipotesi fatte sul costo del servizio (punti (1.) e (4.) del problema).

La **presenza dell'analisi matematica** nella risoluzione del problema è abbastanza contenuta: il calcolo di un integrale definito di una funzione polinomiale, un accenno all'andamento asintotico di due funzioni, oltre alle richieste esplicite contenute nel punto (4.) su monotonia, derivabilità e presenza di massimi o minimi assoluti per la funzione $g(x)$. In ogni caso mi sembra che le richieste siano state di indice di difficoltà medio. Più problematica risulta la rappresentazione della funzione $g(x)$ nella seconda ipotesi. Infatti, si noterà nella Figura 5 riportata nella risoluzione, e riprodotta qui a margine, per poter osservare adeguatamente il diagramma è opportuno adottare due unità di misura diverse per i due assi (la mia scelta è stata quella del rapporto 1:1000). Devo precisare, comunque, che nel testo del problema non si richiede espressamente di fornire il diagramma della funzione in oggetto. Uno studente che lo abbia fatto, se non ha rappresentato una curva qualitativa (magari anche con l'obiettivo di evidenziare il punto angoloso per $x=500$), avrà avuto qualche difficoltà operativa. In questa ipotesi lo sforzo fatto andrebbe adeguatamente riconosciuto nella valutazione complessiva della prova.



Interessante risulta il punto (2.) allorché l'autore del testo chiede al risolutore del problema “Che significato ha il suo asintoto verticale?”, riferendosi alla funzione che esprime la dipendenza del punto x_1 (numero dei minuti di conversazione da effettuare in un mese) in funzione del numero

dei minuti x_0 già effettuati nello stesso affinché sia soddisfatta la relazione $g(x_1)=g(x_0)/2$.
L'obiettivo (implicito) che con tale quesito si intende suggerire dovrebbe essere:

“il cliente della rete, dopo aver utilizzato la stessa nel mese corrente per il numero di minuti x_0 , può programmare quanti minuti dovrà complessivamente “dialogare” nello stesso mese affinché il costo medio al minuto si dimezzi rispetto a quello già maturato?”

La presenza dell'asintoto verticale in corrispondenza al valore $x_0=100$ indica chiaramente che per la realizzabilità dell'obiettivo intanto deve essere soddisfatta la condizione $x_0<100$, inoltre, se x_0 è abbastanza vicino a 100 minuti, l'obiettivo potrebbe non essere realizzabile o per mancanza di tempo (cioè giorni disponibili nel mese) oppure per la consistenza della spesa complessiva che si andrebbe a sostenere. Per chiarire il concetto,

a) con $x_0=95$ minuti dovrebbe risultare $x_1 = \frac{200 \cdot 95}{100 - 95} = 3800$ minuti, cui corrisponde un costo complessivo per le telefonate pari a 390€ in un mese;

b) con $x_0=98$ minuti dovrebbe risultare $x_1 = \frac{200 \cdot 98}{100 - 2} = 9800$ minuti, cui corrisponde un costo complessivo per le telefonate pari a 990€.

In ciascuno dei due casi la spesa è considerevole.

Ancora, dal punto di vista squisitamente numerico, considerato che in un mese di 31 giorni vi sono $31 \cdot 24 \cdot 60 = 44640$ minuti, se i minuti di conversazione x_0 già utilizzati sono tali che sia verificata la disuguaglianza

$$\frac{200x_0}{100 - x_0} > 44640,$$

e ciò si verifica per $x_0 > \frac{223200}{2242}$, praticamente con $x_0 > 99,5$ minuti, evidentemente non

c'è neanche la soluzione numerica (indipendentemente dall'aspetto economico).

Ritengo che qualche considerazione del tipo di quelle qui riportate andrebbe esposta dal candidato nel tentativo di rispondere al quesito *“Che significato ha il suo asintoto verticale ?”*.

Chiudo questo commento avanzando una proposta

Uno studente del Liceo Scientifico nel corso del curriculum ha modo di applicarsi in diverse discipline a livello speculativo (oltre che in Matematica), in Italiano, Filosofia, Latino, Storia dell'Arte, nonché in Fisica,... Ritengo che sarebbe molto utile richiedere in occasione dell'Esame di Stato, alla fine della risoluzione del problema o a conclusione di tutta la prova affrontata, *una breve riflessione personale sui contenuti degli esercizi sviluppati*, circa la loro significatività, nonché sulla loro fattibilità alla luce del percorso formativo quinquennale ricevuto. Una tale occasione offre al candidato l'opportunità di realizzare una sintesi e cercare anche una motivazione (mi auguro positiva) sul tempo (5 anni) dedicato a raggiungere "specifici obiettivi personali".

Luigi Lecci