



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

ATTENZIONE

Il plico relativo a questa prova contiene due temi: il primo destinato ai corsi sperimentali, il secondo ai corrispondenti corsi di ordinamento e ai candidati esterni che intendono sostenere gli esami sui programmi previsti per i corsi ordinari.

In assenza di uno dei due tipi di corsi summenzionati, il tema ad esso destinato non dovrà essere ovviamente utilizzato, ma dovrà rimanere agli atti della Commissione.



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

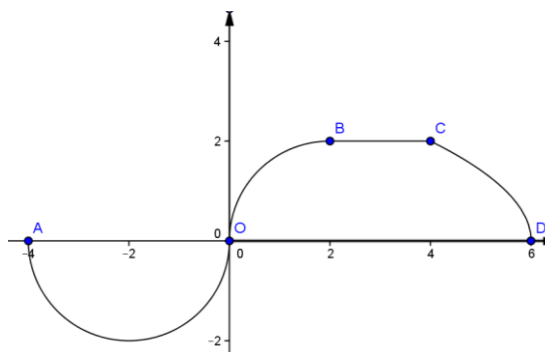
Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Sia $g(x)$ una funzione continua sull'intervallo chiuso $[-4, 6]$. Il grafico di $g(x)$, disegnato a lato, passa per i punti $A(-4; 0)$, $O(0; 0)$, $B(2; 2)$, $C(4; 2)$, $D(6; 0)$ e consiste della semicirconferenza di diametro AO , dell'arco, quarto di circonferenza, di estremi O e B , del segmento BC e dell'arco CD di una parabola avente per asse di simmetria l'asse x .

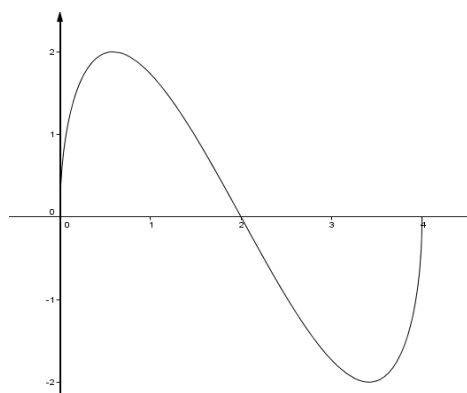


1. Si dica, giustificando la risposta, se $g(x)$ è derivabile nei punti A , O , B , C , D .
2. Posto $f(x) = \int_{-4}^x g(t) dt$, si calcolino: $f(-4)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$, $f(6)$.
3. Per quali valori di $x \in [-4, 6]$, $f(x)$ è positiva, negativa o nulla? E per quali x è positiva, negativa o nulla la funzione derivata seconda $f''(x)$?
4. La funzione $f(x)$ presenta un massimo e un minimo assoluti? Qual è l'andamento di $f(x)$.

PROBLEMA 2

Sia $f(x) = (2-x)\sqrt{4x-x^2}$

1. A lato è disegnato il grafico Γ di $f(x)$. Si dimostri che $(2; 0)$ è centro di simmetria di Γ e si calcoli, in gradi e primi sessagesimali, l'angolo che la tangente in esso a Γ forma con la direzione positiva dell'asse x .
2. Si dimostri che, qualunque sia t , $0 < t < 2$, le rette tangenti a Γ nei suoi punti di ascisse $2+t$ e $2-t$ sono parallele. Esistono rette tangenti a Γ che siano parallele alla retta $21x + 10y + 31 = 0$? E che siano parallele alla retta $23x + 12y + 35 = 0$?



3. Si calcoli l'area della regione compresa tra Γ e l'asse x .
4. Sia $h(x) = \sin(f(x))$. Quanti sono i punti del grafico di $h(x)$ di ordinata 1? Il grafico di $h(x)$ presenta punti di minimo, assoluti o relativi? Per quali valori reali di k l'equazione $h(x) = k$ ha 4 soluzioni distinte? Qual è il valore di $\int_0^4 h(x) dx$?



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

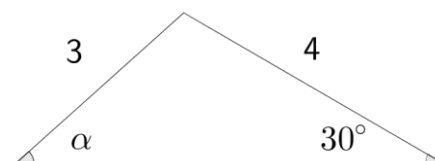
CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Nel triangolo disegnato a lato, qual è la misura, in gradi e primi sessagesimali, di α ?



2. Si spieghi perchè non esistono poliedri regolari le cui facce siano esagoni.
3. Venti palline sono poste in un'urna. Cinque sono rosse, cinque verdi, cinque gialle e cinque bianche. Dall'urna si estraggono a caso, senza reimbussolamento, tre palline. Si valutino le seguenti probabilità:
- esattamente una pallina è rossa
 - le tre palline sono di colori differenti.
4. Un solido Ω ha per base la regione R delimitata dal grafico di $f(x) = e^{1/x}$ e dall'asse x sull'intervallo $[-2, -1]$. In ogni punto di R di ascissa x , l'altezza del solido è data da $h(x) = \frac{1}{x^2}$. Si calcoli il volume del solido.
5. In un contesto di geometria non euclidea si illustri un esempio di triangolo i cui angoli non hanno somma 180° .
6. Si calcolino l'altezza e il raggio del massimo cilindro circolare retto inscritto in una sfera di raggio $\sqrt{3}$.
7. Se $f'(x) = \ln x - x + 2$, per quale dei seguenti valori approssimati di x , f ha un minimo relativo?
- (A) 5,146 (B) 3,146 (C) 1,000 (D) 0,159 (E) 0
8. La “zara” è un gioco d'azzardo di origine araba che conobbe particolare fortuna in Italia in epoca medievale – ne parla anche Dante nella *Divina Commedia* – e si giocava con tre dadi. Si confronti la probabilità di ottenere in un lancio la somma 9 con quella di ottenere la somma 10.
9. Le lettere N, Z, Q, R denotano, rispettivamente, gli insiemi dei numeri naturali, interi, razionali e reali mentre il simbolo $\aleph_0$ (aleph-zero) indica la cardinalità di N . Gli insiemi Z, Q e R hanno anch'essi cardinalità $\aleph_0$? Si motivi la risposta.
10. Si stabilisca per quali valori reali di a e b , si ha:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a + bx} - 2}{x} = 1$$

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana. Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

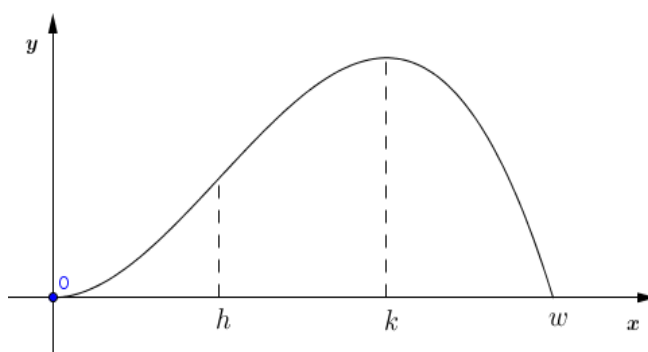
Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Nella figura a lato è disegnato il grafico

Γ di $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ con f funzione definita sull'intervallo $[0, w]$ e ivi continua e derivabile. Γ è tangente all'asse x nell'origine O del sistema di riferimento e presenta un flesso e un massimo rispettivamente per $x = h$ e $x = k$.



- 1) Si determinino $f(0)$ e $f(k)$; si dica se il grafico della funzione f presenta punti di massimo o di minimo e se ne tracci il possibile andamento.
- 2) Si supponga, anche nei punti successivi 3 e 4, che $g(x)$ sia, sull'intervallo considerato, esprimibile come funzione polinomiale di terzo grado. Si provi che, in tal caso, i numeri h e k dividono l'intervallo $[0, w]$ in tre parti uguali.
- 3) Si determini l'espressione di $g(x)$ nel caso $w=3$ e $g(1) = \frac{2}{3}$ e si scrivano le equazioni delle normali a Γ nei punti in cui esso è tagliato dalla retta $y = \frac{2}{3}$.
- 4) Si denoti con R la regione che Γ delimita con l'asse x e sia W il solido che essa descrive nella rotazione completa attorno all'asse y . Si spieghi perchè il volume di W si può ottenere calcolando:

$$\int_0^3 (2\pi x) g(x) dx$$

Supposte fissate in decimetri le unità di misura del sistema monometrico Oxy, si dia la capacità in litri di W .



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

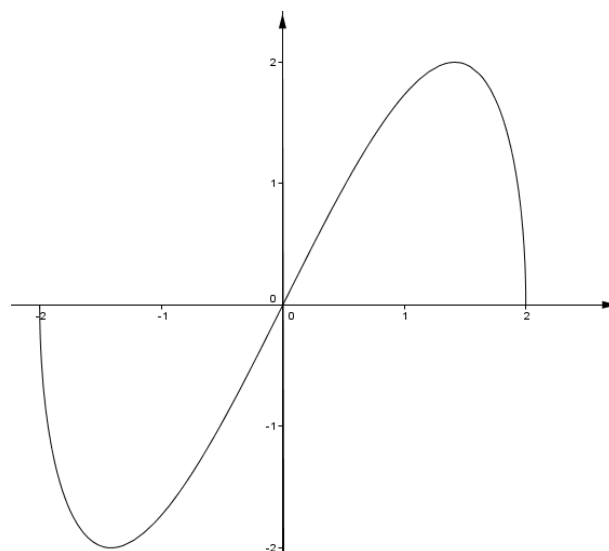
Tema di: MATEMATICA

PROBLEMA 2

A lato è disegnato il grafico Γ della funzione

$$f(x) = x\sqrt{4-x^2}$$

1. Si calcolino il massimo e il minimo assoluti di $f(x)$.
2. Si dica se l'origine O è centro di simmetria per Γ e si calcoli, in gradi e primi sessagesimali, l'angolo che la tangente in O a Γ forma con la direzione positiva dell'asse x .
3. Si disegni la curva d'equazione $y^2 = x^2(4-x^2)$ e si calcoli l'area della parte di piano da essa racchiusa.
4. Sia $h(x) = \sin(f(x))$ con $0 \leq x \leq 2$. Quanti sono i punti del grafico di $h(x)$ di ordinata 1? Il grafico di $h(x)$ presenta punti di minimo, assoluti o relativi? Per quali valori reali di k l'equazione $h(x) = k$ ha 4 soluzioni distinte?





Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

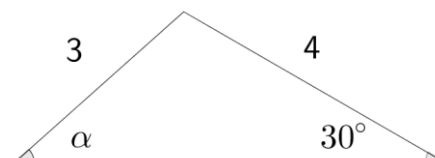
CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Nel triangolo disegnato a lato, qual è la misura, in gradi e primi sessagesimali, di α ?



2. Si spieghi perchè non esistono poliedri regolari le cui facce siano esagoni.
3. Nello sviluppo di $(2a^2 - 3b^3)^n$ compare il termine $-1080 a^4 b^9$. Qual è il valore di n ?
4. Un solido Ω ha per base la regione R delimitata dal grafico di $f(x) = e^{1/x}$ e dall'asse x sull'intervallo $[-2, -1]$. In ogni punto di R di ascissa x , l'altezza del solido è data da $h(x) = \frac{1}{x^2}$. Si calcoli il volume del solido.
5. Dei numeri 1,2,3,.....6000, quanti non sono divisibili né per 2, né 3 né per 5?
6. Un'azienda commercializza il suo prodotto in lattine da 5 litri a forma di parallelepipedo a base quadrata. Le lattine hanno dimensioni tali da richiedere la minima quantità di latta per realizzarle. Quali sono le dimensioni, arrotondate ai mm, di una lattina?
7. Il valor medio della funzione $f(x) = x^3$ sull'intervallo chiuso $[0, k]$ è 9. Si determini k .
8. Del polinomio di quarto grado $P(x)$ si sa che assume il suo massimo valore 3 per $x = 2$ e $x = 3$ e, ancora, che $P(1) = 0$. Si calcoli $P(4)$.
9. Si determini il dominio della funzione:

$$f(x) = \sqrt{3 - \log_2(x+5)}$$

10. Si determinino i valori reali di x per cui:

$$\left(\frac{1}{5} (x^2 - 10x + 26) \right)^{x^2 - 6x + 1} = 1$$

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana. Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.