

Ministero dell'istruzione, dell'Università e della Ricerca

Y557- ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo:PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di:MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Un triangolo ha area 3 e due lati che misurano 2 e 3. Qual è la misura del terzo lato? Si giustifichi la risposta. [Comm](#)
2. Se la funzione $f(x) - f(2x)$ ha derivata 5 in $x=1$ e derivata 7 in $x=2$, qual è la derivata di $f(x) - f(4x)$ in $x=1$? [Comm](#)
3. Si considerino, nel piano cartesiano, i punti $A(2;-1)$ e $B(-6;8)$. Si determini l'equazione della retta passante per B e avente distanza massima da A. [Comm](#)
4. Di un tronco di piramide retta a base quadrata si conoscono l'altezza h e i lati a e b delle due basi. Si esprima il volume V del tronco in funzione di a , b e h , illustrando il ragionamento seguito. [Comm](#)
5. In un libro si legge: " se per la dilatazione corrispondente a un certo aumento della temperatura un corpo si allunga (in tutte le direzioni) di una certa percentuale (p.es. 0,38%), esso si accresce in volume in proporzione tripla (cioè dell'1,14%), mentre la sua superficie si accresce in proporzione doppia (cioè di 0,76%). È così? Si motivi esaurientemente la risposta. [Comm](#)
6. Con le cifre da 1 a 7 è possibile formare $7!=5040$ numeri corrispondenti alle permutazioni delle 7 cifre. Ad esempio i numeri 1234567 e 3546712 corrispondono a due di queste permutazioni. Se i 5040 numeri ottenuti dalle permutazioni si dispongono in ordine crescente qual è il numero che occupa la 5036-esima posizione e quale quello che occupa la 1441-esima posizione? [Comm](#)
7. In un gruppo di 10 persone il 60% ha occhi azzurri. Dal gruppo si selezionano a caso due persone. Quale è la probabilità che nessuna di esse abbia occhi azzurri? [Comm](#)
8. Si mostri, senza utilizzare il teorema di l'Hôpital, che: [Comm](#)

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^{\sin x} - e^{\sin \pi}}{x - \pi} = -1$$

9. Tre amici discutono animatamente di numeri reali. Anna afferma che sia i numeri razionali che gli irrazionali sono infiniti e dunque i razionali sono tanti quanti gli irrazionali. Paolo sostiene che gli irrazionali costituiscono dei casi eccezionali, ovvero la maggior parte dei numeri reali sono razionali. Luisa afferma, invece, il contrario: sia i numeri razionali che gli irrazionali sono infiniti, ma esistono più irrazionali che razionali. Chi ha ragione? Si motivi esaurientemente la risposta. [Comm](#)
10. Si stabilisca per quali valori $k \in \mathbb{R}$ l'equazione $x^2(3-x)=k$ ammette due soluzioni distinte appartenenti all'intervallo $[0;3]$. Posto $k=3$, si approssimi con due cifre decimali la maggiore di tali soluzioni, applicando uno dei metodi iterativi studiati. [Comm](#)

Commenti alla risoluzione dei singoli quesiti

N.B. Per ogni quesito al termine del commento è riportata la valutazione dell'indice di difficoltà in una scala da 1 (quesito la cui risoluzione è ritenuta semplice) a 5 (quesito la cui risoluzione è ritenuta impegnativa).

Quesito 1 (sfruttare le misure di due lati di un triangolo e la relativa area per trovare la misura del terzo lato)

Un teorema di trigonometria con cui calcolare l'area di un triangolo (di facile applicazione) e il teorema di Pitagora permettono di risolvere velocemente il quesito.

Indice di difficoltà 2/5

[TestoG](#)

*** **

Quesito 2 (applicazione di due teoremi sulla derivata prima di una funzione reale di variabile reale da gestire con attenzione)

Il quesito si risolve con un'applicazione attenta di due teoremi sulle derivate (T. sulla derivata della somma di due funzioni, T. sulla derivata di una funzione composta) e l'impostazione di un sistema di due particolari equazioni.

Indice di difficoltà 2/5

[TestoG](#)

*** **

Quesito 3 (un problema di massimo che si può risolvere senza l'aiuto dell'analisi matematica)

L'applicazione attenta della condizione di perpendicolarità tra due rette nel piano cartesiano, utilizzando per la stessa i coefficienti angolari delle due rette, permette di risolvere velocemente il quesito. Naturalmente, prima di applicare la suddetta proprietà si deve aver precisato che la retta cercata è quella passante per B e perpendicolare al segmento AB.

Osservazione

Non è assolutamente il caso che si scriva l'equazione del fascio di rette di centro B (magari utilizzando un solo parametro), quindi determinare con la formula della distanza di un punto da una retta la distanza di A dalla generica retta del fascio ottenendo una funzione della quale determinare successivamente il valore massimo. Questo procedimento è sicuramente dispendioso in termini di energie psico-fisiche e di tempo.

Indice di difficoltà 3/5

[TestoG](#)

*** **

Quesito 4 (una dimostrazione teorica di geometria sintetica)

Si tratta di un problema classico di geometria euclidea dello spazio di cui si trova la soluzione nei manuali di geometria.

Uno studente che abbia ben lavorato sullo studio dei volumi dei solidi notevoli (come lo è un tronco di piramide) non avrà avuto difficoltà a organizzare la dimostrazione. In genere, però, in sede di esame di Stato i candidati tendono ad evitare quesiti nei quali si richiedono dimostrazioni di tipo sintetico. Aggiungo che solitamente la trattazione della geometria solida viene affrontata nel corso del quarto anno e “la lontananza nel tempo” della teoria da riprendere potrà aver spinto ulteriormente ad evitare la risoluzione del quesito.

Indice di difficoltà 4/5

[TestoG](#)

*** **

Quesito 5 (aspetti matematici di una legge fisica)

Per risolvere con adeguate argomentazioni il quesito **il candidato deve conoscere la legge fisica sulla dilatazione dei corpi**. L'argomento proposto fa parte del programma di Fisica previsto in un percorso liceale. Mi sembra che sia stata una forzatura includerlo nel Questionario di una prova di Matematica con la quale si dovrebbero verificare le conoscenze, le competenze e le abilità (applicative) in questa disciplina. Ritengo che se l'estensore del quesito avesse fornito l'espressione della legge fisica richiamata avrebbe stimolato positivamente il candidato ad affrontare il quesito mettendolo in condizione di dimostrare le competenze acquisite in Matematica.

Indice di difficoltà 4-5/5

[TestoG](#)

*** **

Quesito 6 (elementi di base sul calcolo combinatorio)

Si tratta di un quesito non standard, del tipo di quelli assegnati nelle competizioni di matematica (come Giochi di Archimede, Giochi Senza Frontiere, ...) che si affronta se si conosce il concetto di permutazione semplice di n elementi e tenendo presenti i valori delle cifre a disposizione. In questo caso l'autore del quesito informa il candidato che con le 7 cifre si hanno $7!=5040$ numeri diversi, quindi lo studente è ...avviato al lavoro da sviluppare; il resto consiste nell'individuare tutti i possibili numeri che hanno determinate caratteristiche.

Indice di difficoltà 2/5

[TestoG](#)

*** **

Quesito 7 (elementi di base sul calcolo combinatorio e sulla probabilità)

Trovare il 60% di 10, utilizzo della formula per il calcolo delle combinazioni semplici di n oggetti della classe 2 per due volte; la successiva applicazione del concetto di probabilità di un evento secondo la concezione classica permette di risolvere completamente il quesito.

Quesito semplicissimo

Indice di difficoltà 1/5

[TestoG](#)

*** **

Quesito 8 (sui limiti notevoli)

Poiché nel testo è espressamente richiesto che non si utilizzi la regola di de l'Hôpital, il candidato deve ricorrere ai limiti notevoli. Il calcolo non è eccessivamente impegnativo ma si deve ricorrere ad un cambio di variabile per ricondursi a forme notevoli studiate.

Indice di difficoltà 3/5

[TestoG](#)

*** **

Quesito 9 (confronto tra numeri razionali e numeri irrazionali)

Per fornire una risposta ben argomentata il candidato dovrebbe possedere, a mio avviso, competenze di livello superiore rispetto a quelle che si possono maturare studiando il programma di algebra previsto nella scuola secondaria superiore. Per questo motivo, se un candidato ha fornito delle giustificazioni pertinenti ed esaustive si deve ritenere che egli sia in possesso di una preparazione (specifica in algebra) di ottimo livello.

Facciamo notare che nella prova del PNI della sessione ordinaria del 2012, all'interno del QUESTIONARIO, era presente il quesito n.4 il cui testo era:

“4. L'insieme dei numeri naturali e l'insieme dei numeri razionali sono insiemi equipotenti? Si giustifichi la risposta.”

Ebbene, anche per detto quesito la mia opinione è quella riportata per il quesito n.9/2013. Il lettore interessato a guardare le elaborazioni che io ho presentato in quell'occasione può trovare una guida al seguente link:

http://www.matematicaescuola.it/index.php?option=com_content&view=article&id=1096:esamed-di-stato-liceo-scientifico-2012-pni-questionarioq4-linsieme-n-dei-naturali-e-equipotente-allinsieme-q-dei-razionali-guida-alla-soluzione&catid=74:esame-di-stato-sessione-ordinaria-2012&Itemid=82

e il lavoro completo (riservato agli utenti registrati del sito) a questo ulteriore link:

http://www.matematicaescuola.it/index.php?option=com_content&view=article&id=1095:esamed-di-stato-liceo-scientifico-2012-pni-questionarioq4-linsieme-n-dei-naturali-e-equipotente-allinsieme-q-dei-razionali-per-utenti-registrati&catid=74:esame-di-stato-sessione-ordinaria-2012&Itemid=82

Indice di difficoltà 4-5/5

[TestoG](#)

*** **

Quesito 10

La risoluzione completa di questo quesito richiede il possesso di diverse conoscenze e competenze, non escluse quelle di analisi numerica. Per risolverlo completamente il candidato deve applicarsi molto di più che per gli altri quesiti del questionario. **Ritengo che questo quesito possa essere ritenuto equivalente alla risoluzione di ciascuno dei due problemi proposti.**

Sul tema del diverso livello di difficoltà dei quesiti e dei problemi proposti nelle tracce ministeriali e sull'opportunità di valutare le elaborazioni dei candidati per quello che effettivamente dimostrano di possedere con lo svolgimento della prova scritta mi sono soffermato abbondantemente negli anni scorsi e mi sembra che a livello ministeriale “non si vogliano riconoscere le competenze specifiche” e ci si limita a precisare che “il candidato deve risolvere un problema e cinque quesiti” (per assolvere al compito cui è chiamato!).

Indice di difficoltà 5/5

[TestoG](#)