

Ministero dell'istruzione, dell'Università e della Ricerca

Y557- ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo:PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di:MATEMATICA

QUESTIONARIO

2. Se la funzione $f(x) - f(2x)$ ha derivata 5 in $x=1$ e derivata 7 in $x=2$, qual è la derivata di $f(x) - f(4x)$ in $x=1$?

Soluzione

Poniamo per brevità $g(x) = f(x) - f(2x)$ e $h(x) = f(x) - f(4x)$.

Tenendo presenti i teoremi sulla derivata della somma di due funzioni e sulla derivata di una funzione composta, risulta $g'(x) = f'(x) - 2f'(2x)$ e sussistono le uguaglianze $g'(1) = 5$ e $g'(2) = 7$, quindi le equivalenti

$$f'(1) - 2f'(2) = 5, \quad f'(2) - 2f'(4) = 7. (*)$$

Si chiede di determinare $h'(1)$; poiché la derivata prima $h'(x) = f'(x) - 4f'(4x)$, si deve in definitiva trovare il valore $f'(1) - 4f'(4)$.

Mettiamo a sistema le due uguaglianze (*)

$$\begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 5 \\ f'(2) - 2f'(4) = 7 \end{cases}, \text{ da cui } \begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 5 \\ f'(2) = 2f'(4) + 7 \end{cases}, \text{ ed ancora } \begin{cases} f'(1) - 2(2f'(4) + 7) = 5 \\ f'(2) = 2f'(4) + 7 \end{cases},$$

ed elaborando la prima uguaglianza si ottiene il valore richiesto $f'(1) - 4f'(4) = 19$.

*** **