

Ministero dell'istruzione, dell'Università e della Ricerca

Y557- ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo:PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di:MATEMATICA

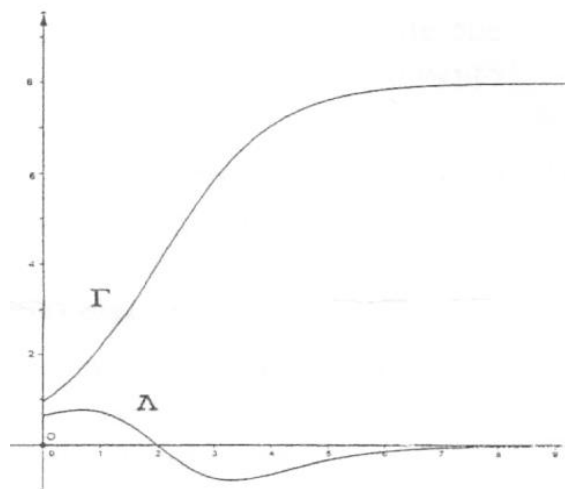
Problema 1

Una funzione $f(x)$ è definita e derivabile, insieme alle sue derivate prima e seconda, in $[0;+\infty[$ e nella figura sono disegnati i grafici Γ e Λ di $f(x)$ e della sua derivata seconda $f''(x)$. La tangente a Γ nel suo punto di flesso, di coordinate $(2;4)$, passa per $(0;0)$, mentre le rette $y=8$ e $y=0$ sono asintoti orizzontali per Γ e Λ , rispettivamente.

- 1) Si dimostri che la funzione $f'(x)$, ovvero la derivata prima di $f(x)$, ha un massimo e se ne determinino le coordinate. Sapendo che per ogni x del dominio è: $f''(x) \leq f'(x) \leq f(x)$, qual è un possibile andamento di $f(x)$?
- 2) Si supponga che $f(x)$ costituisca, ovviamente in opportune unità di misura, il modello di crescita di un certo tipo di popolazione. Quali informazioni sulla sua evoluzione si possono dedurre dai grafici in figura e in particolare dal fatto che Γ presenta un asintoto orizzontale e un punto di flesso?
- 3) Se Γ è il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{a}{2 + e^{b-x}}, \text{ si provi che } a=8 \text{ e } b=2.$$

- 4) Nell'ipotesi del punto 3), si calcoli l'area della regione di piano delimitata da Λ e dall'asse x sull'intervallo $[0;2]$.



Problema 2

Sia f la funzione definita per tutti gli x positivi da $f(x) = x^3 \ln x$.

1. Si studi f e si tracci il suo grafico γ su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali e monometrici Oxy ; accertato che γ presenta sia un punto di flesso che un punto di minimo se ne calcolino, con l'aiuto di una calcolatrice, le ascisse arrotondate alla terza cifra decimale.
2. Sia P il punto in cui γ interseca l'asse x . Si trovi l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse y , passante per l'origine e tangente a γ in P .
3. Sia R la regione piana delimitata da γ e dall'asse x sull'intervallo aperto a sinistra $]0;1]$. Si calcoli l'area di R , illustrando il ragionamento seguito, e la si esprima in mm^2 avendo supposto l'unità di misura lineare pari a 1 decimetro.
4. Si disegni la curva simmetrica di γ rispetto all'asse y e se ne scriva altresì l'equazione. Similmente si faccia per la curva simmetrica di γ rispetto alla retta $y=-1$.