

Y557- ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo:PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

8. Un'azienda industriale possiede tre stabilimenti (A, B e C). Nello stabilimento A si produce la metà dei pezzi, e di questi il 10% sono difettosi. Nello stabilimento B si produce un terzo dei pezzi, e il 7% sono difettosi. Nello stabilimento C si producono i pezzi rimanenti, e il 5% sono difettosi. Sapendo che un pezzo è difettoso, con quale probabilità esso proviene dallo stabilimento A?

Soluzione

Definiamo gli eventi

A="Un pezzo estratto dalla produzione dell'azienda proviene dallo stabilimento A";

B="Un pezzo estratto dalla produzione dell'azienda proviene dallo stabilimento B";

C="Un pezzo estratto dalla produzione dell'azienda proviene dallo stabilimento C";

E="Un pezzo estratto dalla produzione dell'azienda è difettoso".

Si chiede di determinare la probabilità che un certo pezzo risultato difettoso in un'operazione di controllo sulla qualità della produzione questo possa provenire dallo stabilimento A. In simboli la probabilità richiesta è $P(A/E)$, detta anche la probabilità di A subordinata ad E, e rappresenta la probabilità che a determinare l'evento E sia stato un pezzo estratto dalla produzione avvenuta nello stabilimento A.

Il calcolo della probabilità richiesta si esegue applicando la formula di Bayes.

Dalle informazioni fornite si sa che:

$P(A) = \frac{1}{2}$, perché la metà della produzione avviene nello stabilimento A;

$P(B) = \frac{1}{3}$, perché un terzo della produzione avviene nello stabilimento B;

$P(C) = 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}$, perché la rimanente produzione avviene nello stabilimento C.

Inoltre risulta

$P(E/A) = 10\% = \frac{1}{10}$, perché il 10% dei pezzi prodotti nello stabilimento A sono difettosi;

$P(E/B) = 7\% = \frac{7}{100}$, perché il 7% dei pezzi prodotti nello stabilimento B sono difettosi;

$P(E/C) = 5\% = \frac{1}{20}$, perché il 5% dei pezzi prodotti nello stabilimento B sono difettosi.

Dalla formula di Bayes si ricava

$$P(A/E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{P(A)P(E/A)}{P(A)P(E/A) + P(B)P(E/B) + P(C)P(E/C)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{100} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{20}} = \dots = \frac{30}{49} \approx 61,2\%$$