

Y557- ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

7. E' dato un tetraedro regolare di spigolo l e altezza h . Si determini l'ampiezza dell'angolo α formato da l e da h .

Soluzione

Il tetraedro è un solido notevole, la cui superficie è composta da quattro triangoli equilateri. Sia ABC la faccia che poggia sul piano orizzontale di riferimento della figura e V il vertice opposto; indichiamo con O il piede dell'altezza condotta da V alla base ABC. Come si sa, O è l'incentro, cioè il centro della circonferenza inscritta e coincide con il baricentro di ABC.

Considerando la mediana AM relativa al lato BC, essa è divisa da O in due parti AO, OM tali che OM è la metà di AO.

$$\text{Con } \overline{AB} = l, \text{ si ha } \overline{AM} = \frac{l}{2}\sqrt{3},$$

$$\overline{AO} = \frac{2}{3}\overline{AM} = \frac{l}{3}\sqrt{3}; \overline{VB} = l;$$

$$\overline{OB} = \overline{AO} = \frac{l}{3}\sqrt{3}.$$

Ampiezza dell'angolo che l'altezza VO del tetraedro forma con uno spigolo passante per O

Osserviamo che i triangoli rettangoli VOA,

VOB, VOC sono tutti congruenti, quindi, per determinare l'ampiezza dell'angolo formato dall'altezza con uno spigolo si può scegliere uno qualsiasi dei triangoli indicati. In figura si fa riferimento al triangolo VOB ed α è l'angolo di cui determinare l'ampiezza.

Poiché risulta

$$\text{sen } \alpha = \frac{\overline{OB}}{\overline{VB}} = \frac{l}{3}\sqrt{3} \cdot \frac{1}{l} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ segue che } \alpha = \arcsen\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \approx 35^\circ 15' 52''.$$

