Y557- ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo:PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

5. Siano dati nello spazio *n* punti $P_1,P_2,P_3,\ldots,P_n$. Quanti sono i segmenti che li congiungono a due a due? Quanti i triangoli che hanno per vertici questi punti (supposto che nessuna terna sia allineata) ? Quanti i tetraedri (supposto che nessuna quaterna sia complanare)?

Soluzione

Numero dei segmenti

Il numero dei segmenti che si possono formare con gli *n* punti $P_1,P_2,P_3,\ldots,P_n$ è uguale al numero delle combinazioni semplici di classe 2, indicato brevemente con $C_{n;2}$ o $\binom{n}{2}$, che si possono comporre con *n* oggetti distinti. Tenendo conto che

$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$, con *n* e *k* numeri naturali e $n \geq k$,

si ha

$$\binom{n}{2}=\frac{n!}{2!(n-2)!}=\frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!}=\frac{n(n-1)}{2}.$$

Numero dei triangoli

Il numero dei triangoli che si possono formare con gli *n* punti $P_1,P_2,P_3,\ldots,P_n$, nell'ipotesi che comunque presi tre di essi non siano allineati, è uguale al numero delle combinazioni semplici della classe 3 che si possono formare con oggetti. Dunque

$$\binom{n}{3}=\frac{n!}{3!(n-3)!}=\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{3!(n-3)!}=\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

Numero di tetraedri

Nell'ipotesi che comunque presi quattro degli *n* punti $P_1,P_2,P_3,\ldots,P_n$ questi non siano complanari, il numero dei tetraedri che si possono costruire che abbiano quattro di detti punti come vertici è pari al numero della combinazioni semplici di *n* oggetti della classe 4. Quindi

$$\binom{n}{4}=\frac{n!}{4!(n-4)!}=\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$$