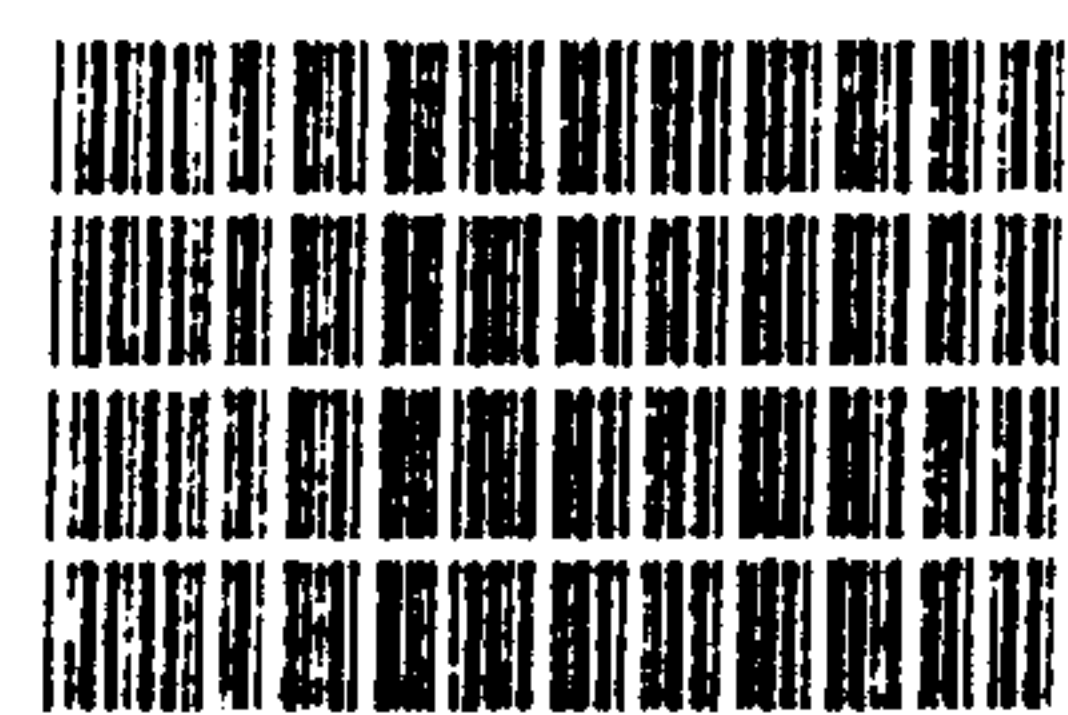




Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

M557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Siano f e g le funzioni definite, per tutti gli x reali, da

$$f(x) = |27x^3| \quad e \quad g(x) = \sin\left(\frac{3}{2}\pi x\right)$$

1. Qual è il periodo della funzione g ? Si studino f e g e se ne disegnino i rispettivi grafici G_f e G_g in un conveniente sistema di riferimento cartesiano Oxy .
2. Si scrivano le equazioni delle rette r e s tangenti, rispettivamente, a G_f e a G_g nel punto di ascissa $x = \frac{1}{3}$. Qual è l'ampiezza, in gradi e primi sessagesimali, dell'angolo acuto formato da r e da s ?
3. Sia R la regione delimitata da G_f e da G_g . Si calcoli l'area di R .
4. La regione R , ruotando attorno all'asse x , genera il solido S e, ruotando attorno all'asse y , il solido T . Si scrivano, spiegandone il perchè, ma senza calcolarli, gli integrali definiti che forniscono i volumi di S e di T .

PROBLEMA 2

Nel primo quadrante del sistema di riferimento Oxy sono assegnati l'arco di circonferenza di centro O e estremi $A(3, 0)$ e $B(0, 3)$ e l'arco L della parabola d'equazione $x^2 = 9 - 6y$ i cui estremi sono il punto A e il punto $(0, 3/2)$.

1. Sia r la retta tangente in A a L . Si calcoli l'area di ciascuna delle due parti in cui r divide la regione R racchiusa tra L e l'arco AB .
2. La regione R è la base di un solido W le cui sezioni, ottenute tagliando W con piani perpendicolari all'asse x , hanno, per ogni $0 \leq x \leq 3$, area $S(x) = e^{5-3x}$. Si determini il volume di W .
3. Si calcoli il volume del solido ottenuto dalla rotazione di R intorno all'asse x .
4. Si provi che l'arco L è il luogo geometrico descritto dai centri delle circonferenze tangenti internamente all'arco AB e all'asse x . Infine, tra le circonferenze di cui L è il luogo dei centri si determini quella che risulta tangente anche all'arco di circonferenza di centro A e raggio 3, come nella figura a lato.

