QUESITI 7 e 8

7. Si dimostri l'identità $\binom{n}{k+1}=\binom{n}{k}\frac{n-k}{k+1}$ con n e k naturali e $n > k$.

.

Soluzione

Ricordata la definizione di coefficiente binomiale

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Osserviamo che

$$\binom{n}{k+1}=\frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!},$$

nonché

$$\binom{n}{k}\frac{n-k}{k+1}=\frac{n!}{k!(n-k)!}\cdot\frac{n-k}{k+1}=\frac{n!}{k!\cancel{(n-k)}(n-k-1)!}\cdot\frac{\cancel{n-k}}{k+1}=\frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!}$$

Le due espressioni ottenute sono uguali, dunque l'identità è vera.

8. Alla festa di compleanno di Anna l'età media dei partecipanti è di 22 anni. Se l'età media degli uomini è 26 anni e quella delle donne è 19, qual è il rapporto tra il numero degli uomini e quello delle donne?

Soluzione

Sia N il numero totale delle persone partecipanti alla festa, x il numero delle donne, N-x quello degli uomini. Dalle informazioni fornite sappiamo che il numero che si ottiene sommando le età di tutti i partecipanti è 22N; evidentemente lo stesso risultato si ottiene se si sommano le età di tutte le donne, dato da 19x, con la somma delle età di tutti gli uomini, dato da 26(N-x). Sussiste dunque la seguente equazione:

$22N=19x+26(N-x)\rightarrow x=\frac{4}{7}N$ Le donne sono i 4/7 del totale, dunque gli uomini sono i 3/7 del totale. Il rapporto tra il numero degli uomini e quello delle donne è 3/4.