Risoluzione e commento del Quesito 10

10. Si determini il periodo della funzione $f(x)=\cos 5x$.

Soluzione

Ricordiamo che la funzione elementare cosx ha perdo 2π e che ogni funzione del tipo $g(x)=\cos(\omega x+\varphi)$ ha periodo $T= 2\pi/\omega$.
Infatti, la definizione di periodo di una funzione f(x) è la seguente:
Data una funzione $f: A \to R$, con $A \subseteq R$, si dice periodica di periodo T se **T è il più piccolo numero reale positivo** che verifica l'uguaglianza
$f(x) = f(x+kT)$, $\forall x \in A$ e $\forall k \in Z$.

Per la funzione in esame è $\omega=5$, per cui il suo periodo è: $T = \frac{2\pi}{5}$.

Vogliamo verificare che il valore indicato soddisfa la definizione di periodo.

1) Per ogni x reale si ha
$$f\left(x+k\frac{2\pi}{5}\right)=\cos\left(5\left(x+k\frac{2\pi}{5}\right)\right)=\cos\left(5x+2k\pi\right)=\cos\left(5x\right)$$
2) Siano x_1, x_2 due punti tali che $\cos(5x_1)= \cos(5x_2)$, allora, dalla periodicità della funzione cosx, deve risultare
$5x_2 = 5x_1 + 2k\pi$, con $k \in Z$ e dunque deve essere $x_2 = x_1 + \frac{2k\pi}{5}$.
Il punto x maggiore di x_1 e che è ad esso più prossimo è il punto $x_2 = x_1 + \frac{2\pi}{5}$ che si ottiene con k=1. Dunque $T = \frac{2\pi}{5}$.

Commento

Il quesito è abbastanza semplice. Magari sarebbe stato più interessante se l'autore avesse richiesto esplicitamente al candidato che desse la definizione di periodo di una funzione e che applicandola alla funzione assegnata ne determinasse il relativo periodo.

Per esperienza posso affermare che alcuni studenti spesso commettono errori nell'enunciare una certa proprietà e forniscono una descrizione non rigorosa della stessa. Un **accertamento del possesso non solo del concetto di periodo, ma anche dell'utilizzo corretto dei termini matematici e delle abilità espressive del candidato mi sembra un obiettivo che sia opportuno perseguire nell'accertamento della preparazione del candidato**.

Spesso sento alcuni Colleghi Docenti Universitari lamentarsi per l'inadeguatezza delle forme espressive degli studenti allorché devono esplicitare proprietà, teoremi ed altro; sembra proprio che molti incontrino notevoli difficoltà nell' utilizzare correttamente e rigorosamente il linguaggio scientifico specifico della disciplina.

Propongo, allora, che nelle prossime prove d'esame si inserisca tra gli obiettivi da verificare anche la capacità espressiva del candidato valutando la correttezza, la completezza e la rigorosità degli enunciati di alcuni teoremi o semplicemente di particolari proprietà caratteristiche degli oggetti <<matematici>> utilizzati. Certamente ne guadagnerà la preparazione culturale globale[1].

Livello di difficoltà : 1-2

[1] In una edizione del telegiornale nazionale RAI del 26 agosto 2009 (mi pare) hanno presentato un servizio in cui si affermava che da statistiche effettuate da alcuni Atenei Universitari bel il 40% delle matricole non utilizza neanche correttamente la lingua italiana ed hanno indirizzato << gli aspiranti laureati>> alla frequenza di un corso propedeutico di formazione (alfabetizzazione) sulla lingua italiana.