Sessione ordinaria 2009
Seconda prova scritta
12023.2.1/1

*Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca*

# Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

**Indirizzo:** PIANO NAZIONALE INFORMATICA

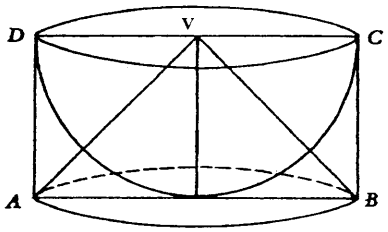
**Tema di:** MATEMATICA

QUESTIONARIO

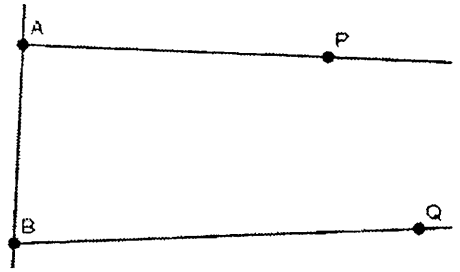
1. Siano: $0 < a < b$ e $x \in [-b, b]$. Si provi che: $\int_{-b}^{b} |x-a|\,dx = a^2 + b^2$.
2. Sono dati gli insiemi $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{a, b, c\}$. Tra le possibili *funzioni* (o *applicazioni*) di $A$ in $B$, ce ne sono di *suriettive*? Di *iniettive*? Di *biiettive*?
3. Una moneta da 2 euro (il suo diametro è 25,75 *mm*) viene lanciata su un pavimento ricoperto con mattonelle quadrate di lato 10 cm. Quale è la probabilità che la moneta vada a finire internamente ad una mattonella? (cioè non tagli i lati dei quadrati)
4. *"Esiste solo un poliedro regolare le cui facce sono esagoni"*. Si dica se questa affermazione è vera o falsa e si fornisca una esauriente spiegazione della risposta.
5. Si considerino le seguenti espressioni:

$$\frac{0}{1};\ \frac{0}{0};\ \frac{1}{0};\ 0^0$$

   A quali di esse è possibile attribuire un valore numerico? Si motivi la risposta.
6. Con l'aiuto di una calcolatrice, si applichi il procedimento iterativo di Newton all'equazione $senx = 0$, con punto iniziale $x_0 = 3$. Cosa si ottiene dopo due iterazioni?
7. Si dimostri l'identità $\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k}\frac{n-k}{k+1}$ con $n$ e $k$ naturali e $n > k$
8. Alla festa di compleanno di Anna l'età media dei partecipanti è di 22 anni. Se l'età media degli uomini è 26 anni e quella delle donne è 19, qual è il rapporto tra il numero degli uomini e quello delle donne?
9. Nei *"Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze"*, Galileo Galilei descrive la costruzione di un solido che chiama *scodella* considerando una semisfera di raggio $r$ e il cilindro ad essa circoscritto. La *scodella* si ottiene togliendo la semisfera dal cilindro.
   Si dimostri, utilizzando il principio di *Cavalieri*, che la *scodella* ha volume pari al cono di vertice V in figura.




10. *"Se due punti P e Q del piano giacciono dalla stessa parte rispetto ad una retta AB e gli angoli $P\hat{A}B$ e $Q\hat{B}A$ hanno somma minore di 180°, allora le semirette AP e BQ, prolungate adeguatamente al di là dei punti P e Q, si devono intersecare"*. Questa proposizione è stata per secoli oggetto di studio da parte di schiere di matematici. Si dica perché e con quali risultati.




Durata massima della prova: 6 ore.
È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.
Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.