

Oggetto: compito in Classe 5D/PNI

Argomenti: Prova di fine percorso

Problema_1

Considerata la funzione integrale $G(x) = \int_0^x (e^{2t} - e^t) dt$ risolvere i seguenti quesiti.

- Studiare e rappresentare il diagramma della funzione $G(x)$, determinandone gli eventuali asintoti, i punti di massimo, di minimo, relativi o assoluti, studiare la monotonia, la concavità e gli eventuali punti di flesso. Precisare il codominio della funzione.
- Riconosciuto e che il diagramma presenta un punto F di flesso, scrivere l'equazione della retta tangente alla curva in detto punto e rappresentarla.
- Riconosciuto che la curva ammette un asintoto orizzontale s , sia A il punto in cui la curva taglia detto asintoto. Trovare le coordinate di A.
- Relativamente all'intervallo $]-\infty; x_A]$ il diagramma della curva e l'asintoto orizzontale delimitano una regione S di piano illimitata. Applicando la teoria degli integrali generalizzati stabilire se tale regione ha area finita, determinandone il valore in caso affermativo.

Problema_2 (Anno 2007- Corso di ordinamento- Sessione straordinaria)

Si consideri la funzione $f(x) = \log \sqrt{x^2 - 4}$.

- Si studi la funzione e si tracci il suo grafico C su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy.
- Si scrivano le equazioni delle tangenti a C nei punti in cui essa incontra l'asse x e si calcoli l'area del triangolo formato dalle suddette tangenti e dall'asse x medesimo.
- Si studi la funzione derivata prima $f'(x)$ e se ne tracci il grafico C' .
- Si calcoli l'area della superficie piana, delimitata dalla curva C' , dall'asse x e dalla retta di equazione $x = -\sqrt{3}$

Regole per la prova

- Sono concesse 4 ore di tempo effettivo.
- Si deve risolvere uno solo dei due problemi proposti
- Del questionario si devono risolvere quattro quesiti che vanno scelti uno per ciascuna riga della tabella che li contiene.
- Se si avvia la soluzione di un problema e di uno o più quesiti e non li si completa, sussistono le seguenti regole:
 - per quanto concerne il problema si può decidere di affrontare il secondo problema proposto ma si deve annullare espressamente il lavoro fatto nel tentativo di risoluzione del primo problema affrontato;
 - per i quesiti, si possono abbandonare soluzioni incomplete fino a quattro quesiti, e la prova sarà incompleta; se si intendono affrontare uno o più quesiti oltre il quarto, si deve espressamente annullare un numero pari di quesiti o di tentativi di soluzione di quesiti avviati in precedenza. In caso di dubbio da parte del docente in fase di valutazione saranno valutati solo i primi quattro quesiti che saranno incontrati nelle pagine dell'elaborato.
- Le pagine dell'elaborato devono essere adeguatamente numerate.

Questionario

Q1a) Considerata la funzione $f(x) = a \sin x + b \sin(2x)$, determinare i valori delle costanti a, b in modo che il diagramma della funzione passi dal punto $\left(\frac{\pi}{3}; \sqrt{3}\right)$ e la funzione abbia per $x = \frac{\pi}{3}$ un punto critico (stazionario). Per i valori dei parametri trovati, precisare il tipo di punto critico in $x = \frac{\pi}{3}$.	Q1b) Stabilire per quali valori del parametro reale a la seguente funzione non ammette punti critici: $f(x) = \frac{2x + a}{\sqrt{4 - x^2}}$
Q2a) Considerate le due parabole $\gamma_1: y = 2x - x^2$, $\gamma_2: y = x^2 - 2x$, determinare le dimensioni del rettangolo di area massima inscritto nella regione finita di piano delimitata dalla due curve ed avente i lati paralleli agli assi coordinati. Precisare se tra i rettangoli inscritti nella regione suddetta ne esiste qualcuno che sia un quadrato.	Q2b) Considerata la funzione parametrica $y = \frac{x^3}{3} + kx$, con $k \in \mathbb{R}$, discutere al variare del parametro k il numero degli zeri, dei punti di massimo e di minimo relativo e dei punti di flesso che la stessa ammette e precisare la monotonia.
Q3a) In relazione alla funzione $f(x) = \frac{x}{x + \sin x}$ valutare il valore di verità della proposizione che segue giustificando la risposta. <<La funzione è prolungabile per continuità nel punto $x=0$ ed esiste un intorno completo di tale punto in cui la funzione prolungamento assume valori positivi.>>	Q3b) In relazione alla funzione $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$ valutare il valore di verità della proposizione che segue giustificando la risposta. <<Il diagramma della funzione non ammette asintoti obliqui e limitatamente all'intervallo $]-1; +\infty[$ la funzione ammette un punto di minimo assoluto.>>
Q4a) Applicando uno dei metodi di integrazione numerica conosciuti descrivere con un algoritmo (flow-chart) il metodo per calcolare un valore approssimato con errore inferiore a 10^{-3} del seguente integrale definito $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{x + \sin x} dx.$ Successivamente tradurre l'algoritmo nel codice corrispondente utilizzando il linguaggio di programmazione Turbo Pascal.	Q4b) Applicando uno dei metodi di integrazione numerica conosciuti descrivere con un algoritmo (flow-chart) il metodo per calcolare un valore approssimato con errore inferiore a 10^{-3} del seguente integrale definito $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{e^x}{x+1} dx.$ Successivamente tradurre l'algoritmo nel codice corrispondente utilizzando il linguaggio di programmazione Turbo Pascal.