

Liceo Scientifico Statale "G. Stampacchia"
Tricase

Tempo di lavoro
120 minuti

Oggetto: Compito in Classe 4D

Argomenti: Trasformazioni nel piano cartesiano- Numeri complessi

Problema_1

Considerata nel riferimento cartesiano la conica avente equazione

$$\lambda : 5x^2 + 6xy + 5y^2 - 30x - 18y + 37 = 0$$

risolvere i quesiti che seguono.

Q1- Classificare la conica, precisando in particolare se ammette centro di simmetria.

Q2- Riconosciuto che la conica è dotata di centro proprio, determinare le coordinate di detto punto applicando un metodo a piacere.

Q3- Scrivere le equazioni della traslazione τ che applicata alla conica la trasla portando il suo centro C nell'origine degli assi. Determinare l'equazione della conica traslata $\tau(\lambda) = \lambda'$.

Q4- Determinare le equazioni di una trasformazione $\varphi : \pi \rightarrow \pi$ che applicata alla conica $\tau(\lambda) = \lambda'$ permette di ottenere una conica con gli assi di simmetria paralleli agli assi coordinati. Determinare successivamente l'equazione cartesiana della conica $\varphi(\lambda') = \lambda''$.

Q5- Realizzare un disegno riepilogativo in cui compaiano le tre coniche λ'' , λ' , λ ed eventuali ulteriori loro elementi caratteristici.

Problema_2

Q1- In un piano riferito ad un sistema di coordinate cartesiane xOy, scrivere le equazioni dell'omotetia Ω avente centro in C(-3;0) e rapporto $k=3/2$.

Q2- Considerata la parabola $\lambda : x = \frac{3}{4}y^2 - \frac{3}{2}y$, rappresentarla nel piano cartesiano.

Q3- Scrivere l'equazione della retta t tangente a λ condotta da C ed avente coefficiente angolare positivo; sia A il punto di contatto. Dimostrare che la suddetta retta t è una retta unita nell'omotetia. Determinare il punto $\Omega(A)$.

Q4- Trovare l'equazione della parabola trasformata $\Omega(\lambda)=\lambda'$. Dimostrare che λ' è tangente ancora alla retta t e determinare il punto di contatto.

Q5- L'asse y determina con la parabola λ un segmento parabolico P_1 e la retta trasformata dell'asse y nell'omotetia Ω determina con la parabola $\Omega(\lambda)=\lambda'$ un altro segmento parabolico P_2 . Determinare le aree dei due segmenti parabolici e il rapporto delle stesse.

Q6- Realizzare una figura contenente gli elementi geometrici elaborati ed altri elementi significativi.

Algebra(Esercizi sui numeri complessi)

Es1- Semplificare l'espressione, scrivendo il risultato sotto forma algebrica $\frac{1+(i-2)^2}{(2+i)^2-1} : \frac{i(1+i)^3}{(1-i)^3-i}$

Es2- Considerato il numero complesso $z = \frac{x+i}{2x-iy}$, con x ed y reali, stabilire se esistono valori per le variabili x ed y tali che Z sia reale o immaginario puro.

Es3- Risolvere nel campo complesso l'equazione che segue e rappresentare tutte le radici nel piano di Gauss.

$$z^6 - z^3 - 2 = 0$$

Es4- Risolvere nel campo complesso l'equazione:

$$z^8 + 4z^2 = 0$$