

Liceo Scientifico Statale "G. Stampacchia"
TricaseTempo di lavoro
100 minuti**Oggetto: compito in Classe 5D/PNI****Argomenti:** Problemi di massimo e di minimo. Studi di funzioni. Derivabilità. Polinomi e formula di Taylor. Studio di limiti che si presentano in forma indeterminata.**Es_1)** Risolvere i quesiti che seguono in relazione alla funzione di espressione analitica

$$f(x) = \frac{k \log x + h}{x - h}.$$

- a) Determinare le costanti k, h in modo che il diagramma della funzione passi dal punto $A(1;1)$ ed abbia ivi la retta tangente parallela alla bisettrice del secondo e quarto quadrante.
- b) Della funzione determinata trovare il dominio, studiare i limiti nei punti di frontiera e determinare gli eventuali asintoti.

Es_2) Considerata la funzione di espressione analitica

$$f(x) = \frac{e^x}{x + k}$$

determinare per quale valore della costante k la funzione ha derivata prima nulla nel punto $x=-1$. Per il valore trovato si determini il dominio della funzione, studiare i limiti nei punti di frontiera, determinare gli eventuali asintoti, studiare la monotonia e gli eventuali punti di massimo e di minimo relativo. Studiare la concavità e rappresentare il diagramma della funzione.

Es_3) Considerata la parabola γ di equazione $y=4x-x^2$, determinare il trapezio isoscele di area massima inscritto nel segmento parabolico di γ appartenente al primo quadrante.**Es_4)** Risolvere i quesiti che seguono relativamente alla funzione $f(x) = x^2 \cdot \log(1+x)$.

- a) Scrivere il polinomio di Taylor del terzo ordine, di punto iniziale $x=0$.
- b) Scrivere la formula di Taylor di ordine tre con il resto di Peano di punto iniziale $x=0$ e dimostrare che il resto è un infinitesimo di ordine superiore a tre per $x \rightarrow 0$.

Es_5) Studiare la derivabilità della funzione $f(x) = x\sqrt[3]{x^2+x}$ nel dominio di definizione.**Es_6)** Studiare i seguenti limiti

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^{-x} + e^{-2x}); \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} x \log_3(1 - \cos x)$$