

Oggetto: Compito in Classe 4D

Argomenti: Esponenziali e logaritmi- Risoluzione grafica di equazioni trascendenti.
Geometria 3D: Piramide e solidi di rotazione.

Algebra

Es1

Q1- Rappresentare nello stesso riferimento cartesiano xOy le curve aventi equazioni

$$\lambda_1: y = \left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}, \lambda_2: y = \left(\frac{3}{2}\right)^x, \lambda_3: y = \left(\frac{3}{2}\right)^{x-1}$$

dopo aver determinato per ciascuna almeno cinque punti.

Q2- Dimostrare che esiste una trasformazione τ del piano cartesiano in se stesso tale che si abbia $\tau(\lambda_1) = \lambda_2$ e $\tau(\lambda_2) = \lambda_3$; scrivere le equazioni della trasformazione τ .

Q3- Per ogni $k > 0$, siano P_1, P_2, P_3 rispettivamente i punti in cui la retta $s: y = k$ interseca le curve esponenziali $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Dimostrare che i segmenti P_1P_2, P_2P_3 hanno la stessa misura.

Q4- Stabilire quanti sono i numeri naturali n che soddisfano la doppia disuguaglianza

$$10^3 < \left(\frac{3}{2}\right)^n < 10^4.$$

Es2- Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche

$$\begin{aligned} \text{a) } 4^x \cdot \sqrt{x} \sqrt{2^{x-1}} &= 64, & \text{b) } \log_2(x^2 - 4x) + \log_{\frac{1}{2}}(3x - 16) &= 2, & \text{c) } \log_x\left(x - \frac{2}{x}\right) &= -1 \\ \text{d) } \frac{3^x - 1}{3^x + 2} - \frac{56 \cdot 3^x}{9(3^{2x} - 4)} &\leq 0, & \text{e) } \log_5(x^2 - 4) &> -\log_{\frac{1}{5}}(2 - x) \end{aligned}$$

Es3 Risolvere graficamente la disequazione $\log x \geq 4 - x^2$, determinando per il punto estremo $x = \alpha$ un valore approssimato con errore inferiore a 0,1.

Geometria dello spazio

Problema_1- (Piramide quadrangolare)

Una piramide ha per base il rettangolo ABCD con $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ e vertice V. I due triangoli VBC, VAD sono isosceli rispettivamente su BC e AD e le altezze relative alle basi misurano 10cm e $\sqrt{145}\text{cm}$.

Determinare la misura dell'altezza VH, del volume e le misure degli spigoli laterali.

Problema_2 (Solido di rotazione)

Del triangolo ABC è noto che $\overline{AB} = 16\text{cm}$, l'altezza CH relativa alla base AB misura 8cm e $\cos(\angle BAC) = \frac{3}{5}$.

Q1- Determinare le misure dei lati incogniti del triangolo.

Q2- Calcolare l'area delle superficie totale ed il volume del solido descritto dal triangolo in una rotazione completa intorno alla retta della base AB.

Q3- Stabilire a quale distanza x si deve trovare la retta s esterna al triangolo e parallela alla base AB in modo che il triangolo ABC in una rotazione completa intorno a detta retta descriva un solido avente volume doppio rispetto al solido descritto nella rotazione intorno al lato AB (quesito precedente). Disegnare la figura corrispondente alla soluzione trovata.