

Liceo Scientifico Statale "G. Stampacchia"

Tricase

Tempo di lavoro
120 minuti**Oggetto: Compito in Classe 5D**

Argomenti: Applicazione del differenziale primo- Derivabilità-Applicazione del teorema di Rolle. Asintoti per il diagramma di una funzione-Infiniti ed infinitesimi. Calcolo di derivate.

Es1) Utilizzando il concetto di differenziale primo calcolare un valore approssimato del numero $\sqrt[3]{8,001}$, scegliendo una funzione opportuna.

Es2) Considerata la successione numerica $1; \frac{1}{10^2}; \frac{1}{10^4}; \frac{1}{10^6}; \dots$ risolvere i quesiti che seguono.

- Riconoscere che si tratta di una progressione e scrivere l'espressione del termine generale a_n .
- Calcolare la somma dei primi n termini $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ e studiare il $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.
- Determinare il valore dell'espressione numerica $\frac{21}{10} + \frac{25}{10^3} \cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

Es3) Data la funzione $f(x) = \begin{cases} e^{kx-1} & \text{con } x \leq 1 \\ \frac{h}{x} & \text{con } x > 1 \end{cases}$, con h e k costanti reali, risolvere i quesiti.

- Determinare i valori dei parametri h, k affinché la funzione sia continua e derivabile in tutto il dominio di definizione.
- Sostituendo nella forma della funzione i valori dei parametri determinati, scrivere l'equazione della retta tangente al diagramma della funzione nel punto di ascissa $x=1$ e rappresentare in un riferimento cartesiano nel piano xOy la retta tangente ed il diagramma della funzione.

Es4) Considerata la funzione $f(x) = \log(x^2 + k|x-1|)$, stabilire se esistono valori per il parametro reale k affinché nel punto $A(1; f(1))$ le semitangenti al diagramma della funzione siano tra loro ortogonali. In caso affermativo scrivere le equazioni delle semitangenti.

Es5) Data la funzione $f(x) = x^3 + kx^2$, con k parametro reale, stabilire per quale valore di k la funzione verifica le ipotesi del teorema di Rolle nell'intervallo $[0;1]$ e successivamente determinare i punti dell'intervallo che soddisfano la tesi dello stesso teorema.

Es6) Data la semicirconferenza di diametro $AB=2r$ e centro O , sia CD una corda della stessa parallela al diametro AB . Siano H e K le proiezioni ortogonali di C e D su AB .

Indicare con x la distanza della corda CD dal centro O , o l'ampiezza di uno degli angoli formati dai raggi OC, OD con il diametro.

Q1- Esprimere in funzione di r e di x l'area $S(x)$ del rettangolo $CDKH$, indicando il dominio di variabilità per x .

Q2- Riconoscere che la funzione area $S(x)$ ottenuta nel dominio $[a;b]$ verifica le ipotesi del teorema di Rolle e determinare il punto o i punti previsti nello stesso teorema che godono della proprietà corrispondente.

Q3- Determinare l'area del rettangolo o dei rettangoli CDKH corrispondenti ai punti dell'intervallo trovati applicando il teorema di Rolle.

Es7) Considerata la funzione reale di variabile reale $f(x) = x\sqrt{|x| - x^2}$ risolvere i seguenti quesiti.

Q1- Determinare il dominio di definizione, gli zeri ed il segno. Precisare se il diagramma della funzione presenta particolari simmetrie.

Q2- Studiare la derivabilità della funzione in tutto il suo dominio. Determinare le equazioni delle semitangenti agli estremi del dominio.

Q3- Dopo aver determinato la funzione derivata prima, precisare se la funzione $y = f(x)$ è derivabile due volte nel punto $x=0$.

Es8) Dopo aver precisato il dominio di ciascuna delle funzioni che seguono, stabilire se i rispettivi diagrammi ammettono rette asintoti e determinarle in caso affermativo.

a) $f(x) = \frac{x-1}{1-\sqrt{x}}$; b) $f(x) = \frac{x^2 - |x|}{x+3}$; c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - x$;

c) $f(x) = \log(1 + \cos x)$; d) $f(x) = \arctg\left(\frac{x}{\arcsen(2x-1)}\right)$

Es9) Considerata la funzione $y = \frac{ax^2 + b}{bx - 2}$, determinare i valori dei parametri reali a, b per i quali il diagramma della funzione ammette come asintoto obliquo la retta $s: 2x - 3y - 3 = 0$.

Es10)(Infiniti ed infinitesimi)

In relazione a ciascuna delle funzioni che seguono, e rispettivamente per il punto indicato, precisare se si tratti di un infinito o di un infinitesimo e determinare in caso affermativo la parte principale (dell'infinito o dell'infinitesimo).

a) $f(x) = \frac{x^3 - x \cdot \sqrt[3]{x^2}}{3x+1}$, per $x \rightarrow +\infty$

b) $f(x) = \frac{\log(x^3 + 4x^2 + 1)}{\sen x}$, per $x \rightarrow 0$

c) $f(x) = (e^{\sqrt{x^2-1}} - 1)(x^2 - x)$, per $x \rightarrow 1$

Es11) Di ciascuna funzione calcolare l'espressione della derivata prima.

a) $f(x) = \sen(x - 16^x)$, b) $f(x) = e^{\cos(x^2)}$, c) $f(x) = \log\left|\frac{1+x}{x^2-1}\right|$,

d) $f(x) = \arctg\left(\frac{x^2}{x^2+1}\right)$, e) $f(x) = x \cdot \sen x \cdot \cos x$, f) $f(x) = \frac{\cos x - \sen x}{\cos x + \sen x}$,

g) $f(x) = (\sqrt{x} - 1) \cdot \log(-x)$, h) $f(x) = tg\left(\sqrt{x - \frac{1}{x}}\right)$, i) $f(x) = \pi^{x+1} + e^{-\pi x} + x^\pi$

j) $f(x) = (20x+12)^{10} (15x+2)^8$, k) $f(x) = (1-x^3)^{x^3+1}$, l) $f(x) = \arccos(\sqrt{x^2+1})$