

Liceo Scientifico Statale "G. Stampacchia"
Tricase

Tempo di lavoro
75 minuti

Oggetto: Compito in Classe 5I

Argomenti: Dimostrazione di teoremi- Note toriche sui limiti. Punti di discontinuità- Studio di limiti

Esercizio_1

Enunciare e dimostrare il teorema sul limite della somma di due funzioni nel caso in cui ciascuna funzione ammette limite finito per $x \rightarrow x_0$, essendo x_0 punto reale.

Esercizio_2

2.1) Considerate le funzioni $f: A \rightarrow R$, $g: A \rightarrow R$, $A \subseteq R$, con $x_0 \in Dr(A)$, se sono soddisfatte le seguenti ipotesi

a) esiste $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in R_0$; b) esiste $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$; c) $\exists I(x_0): x \in (I(x_0) - \{x_0\}) \cap A \Rightarrow g(x) > 0$,

cosa si può concludere per il $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$?

2.2) Fornire un esempio di funzioni $f(x)$ e $g(x)$ per le quali sono soddisfatte le ipotesi riportate nel precedente punto 2.1 e precisare la corrispondente tesi.

Esercizio_3 (Studio di limiti)

Di seguito sono riportati alcuni limiti. Dopo averli studiati, nei casi in cui il punto x_0 è reale precisare il tipo di discontinuità presentata dalla funzione nello stesso punto.

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{1 - x^2}$

2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 7x + 8}{x^3 + x^2 + x + 1}$

3) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x-16}}{x^2 - 256}$

4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{8x+1}}{\sqrt{5-x} - 2}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x) + \tan(5x)}{4x + \sin(6x)}$

6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin^2(\pi x)}{1 + \cos(\pi x)}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+4x)}{(2x-1)^2 - 1}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+2\sin x)}{\tan(3x)}$

9) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 - x} - 2x$

10) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 - x} - 2x$

11) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + x} - x$

12) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x - x^2} - x$

13) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\log(\cos^2 x \cdot \sin x)}{\cos^2 x}$

14) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(3x)}{x + \arctan(2x)}$

16) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{|x - 2|}$

17) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3n-1}{3n+1}\right)^n$

18) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x+3}{7x+6}\right)^{2x}$

19) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\log(x+2) - \log(x+1))$

20) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{10x} - 1}{9x}$

21) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x+1} - 2}{x}$

22) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx^2 + 3x}{5x^2 - mx + 1}$

23) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{-3x^2 + x}$