

## Liceo Scientifico Statale “G. Stampacchia” Tricase

**Oggetto: Compito di Fisica – Classe 2D / 18 marzo 2005**

[Soluzione](#)

Tema: Cinematica – Moto del proiettile – Dinamica: Moto circolare uniforme – Moto lungo un piano inclinato.

### Problema\_1 (dinamica)

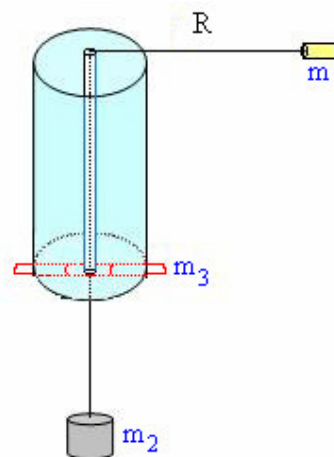
Si dispone di una superficie piana in legno che si può inclinare rispetto al piano orizzontale. Si adagia sul piano un blocchetto di legno di massa  $m$  e si eseguono delle esperienze per determinare il coefficiente di attrito statico tra la superficie del piano e quella del blocchetto. L'esperienza consiste nel variare l'inclinazione del piano lentamente aumentando l'ampiezza dell'angolo  $\alpha$  formato con il piano orizzontale. I risultati ottenuti indicano che il blocchetto di legno si mette in moto quando  $\alpha \approx 36^\circ$ . Risolvere i seguenti quesiti.



- 1 Rappresentare le forze che agiscono sul blocchetto di legno quando è fermo sul piano inclinato.
- 2 Determinare il coefficiente di attrito statico presente tra le superfici a contatto.
- 3 Nell'ipotesi che il piano d'appoggio sia lungo 76cm, che il blocco nelle esperienze eseguite sia collocato in cima al piano e che il coefficiente di attrito (radente) dinamico sia  $\mu_d = 0,4$ , determinare la velocità con cui il blocco di legno giunge alla base del piano.

### Problema\_2 (dinamica)

In laboratorio si dispone di un tubo in plastica, di un tappo di sughero di massa  $m_1 = 4,5\text{g}$ , di un cilindro in acciaio di massa  $m_2 = 20\text{g}$ , di un filo inestensibile di nylon, di un fermaglio di massa  $m_3 = 1,6\text{g}$ . Si mette in rotazione il tappo di sughero con velocità di modulo costante come indicato in figura. Sapendo che il raggio della traiettoria descritta dal tappo è  $R = 30\text{cm}$  e supponendo trascurabile l'attrito tra il filo di nylon ed il tubo, determinare



- 1 la velocità di rotazione del tappo;
- 2 l'intensità della forza centripeta che agisce sul tappo;
- 3 la frequenza di rotazione.

### Problema\_3 (Cinematica)

Una bambina salta in una piscina scendendo lungo uno scivolo inclinato di  $45^\circ$  rispetto al piano orizzontale. La parte estrema dello scivolo si trova a 3m di altezza rispetto alla superficie libera dell'acqua. Sapendo che la bambina abbandona lo scivolo con velocità di  $2\text{m/s}$ , determinare la distanza del punto d'ingresso in acqua dalla verticale del punto di distacco dallo scivolo.

## SOLUZIONE

## Problema\_1

- 1 Sul blocco di legno che è fermo sul piano inclinato agiscono la forza peso del blocco e la reazione vincolare esercitata dal piano d'appoggio. Il piano è scabro e quindi è in grado di esercitare una forza d'attrito, nonché una forza che riesce a bilanciare la componente della forza peso che preme perpendicolarmente sul piano. La reazione vincolare  $\vec{R}$  esercitata dal piano può essere scomposta nella somma della componente  $\vec{R}_{//}$  parallela al piano d'appoggio e nella componente  $\vec{R}_{\perp}$  perpendicolare allo stesso piano. La componente  $\vec{R}_{//}$  parallela al piano finché risulta d'intensità maggiore o uguale a quella della componente della forza peso  $\vec{P}_{//}$  del blocco parallela allo stesso piano mantiene il blocco fermo. Non appena l'intensità di  $\vec{P}_{//}$  supera quella di  $\vec{R}_{//}$  il blocco comincia a scivolare lungo il piano. Dunque

$$|\vec{R}_{//}| \geq |\vec{P}_{//}| \quad (1)$$

Per quanto concerne la componente della reazione vincolare perpendicolare al piano d'appoggio, la sua intensità è istante per istante uguale all'intensità della componente  $\vec{P}_{\perp}$  del peso  $\vec{P}$  del blocco perpendicolare al piano d'appoggio:

$$|\vec{R}_{\perp}| = |\vec{P}_{\perp}| \quad (2)$$

Precisiamo che l'uguaglianza (2) sussiste anche quando il blocco scivola lungo il piano.

- 2 Il coefficiente d'attrito statico si ottiene uguagliando  $|\vec{P}_{//}|$ , modulo della componente della forza peso parallela al piano d'appoggio, con il modulo della componente della reazione vincolare parallela allo stesso piano. Infatti la forza d'attrito è proprio  $\vec{R}_{//}$ . Sappiamo, d'altro canto, che la forza d'attrito che si esercita tra la superficie del blocco e quella del piano ha modulo pari al prodotto del coefficiente di attrito statico  $\mu_s$  per il modulo della componente del peso perpendicolare al piano d'appoggio che vale

$$|\vec{P}_{\perp}| = mg \cdot \cos \alpha$$

Risultando  $|\vec{P}_{//}| = mg \cdot \sin \alpha$ , si ricava

$$F_{att.} = \mu_s \cdot |\vec{P}_{\perp}| = \mu_s \cdot mg \cdot \cos \alpha$$

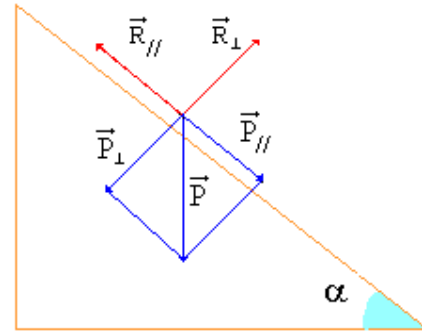
$$F_{att.} = |\vec{P}_{//}| \Leftrightarrow \mu_s \cdot mg \cdot \cos \alpha = mg \cdot \sin \alpha \Rightarrow \mu_s = \tan \alpha = \tan 36^\circ \approx 0,7$$

- 3 Nell'elaborazione che segue supponiamo che l'angolo formato dal piano inclinato con il piano orizzontale sia  $\alpha = 36^\circ$ .

In queste condizioni sappiamo che il blocco scivola sul piano ed una volta in moto, nella direzione del moto, agiscono la componente del peso  $\vec{P}_{//}$ , che lo tira verso la base del piano, e la forza d'attrito radente dinamico

$$F_{att.} = \mu_s \cdot P_{\perp} = \mu_d \cdot mg \cdot \cos \alpha$$

che si oppone al moto, impedendone lo scivolamento verso il basso.



Fissiamo per la descrizione del moto un asse parallelo al piano inclinato, orientato verso il basso, con l'origine nel punto di partenza (in cima al piano inclinato) ed indichiamo con  $x$  l'ascissa della posizione del blocco nel generico istante  $t$ ; poniamo  $t=0s$  l'istante iniziale del moto. La seconda legge della dinamica si esprime nel modo seguente

$$\vec{F}_{att.} + \vec{P}_{//} = m\vec{a}$$

La sua forma scalare nel riferimento adottato è

$$mg \cdot \sin\alpha - \mu_d \cdot mg \cdot \cos\alpha = ma \Rightarrow a = g(\sin\alpha - \mu_d \cos\alpha) = 9,81ms^{-2}(\sin 36^\circ - 0,4 \cdot \cos 36^\circ) \approx 2,6ms^{-2}.$$

Il moto del blocco durante la discesa è uniformemente accelerato.

Possiamo scrivere le leggi orarie della posizione e della velocità del blocco (supposto puntiforme)

$$x = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{legge della posizione;} \quad (3.1)$$

$$V = at \quad \text{legge per la velocità.} \quad (3.2)$$

Sia  $l$  la lunghezza del piano. Ponendo nella (3.1)  $x=l$  si determina l'istante in cui il blocco giunge alla base del piano

$$\frac{1}{2}at^2 = l \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a}}$$

e sostituendo questo valore nella (3.2) si determina la velocità con cui vi giunge

$$V = at = a\sqrt{\frac{2l}{a}} = \sqrt{2al} = \sqrt{2 \cdot 2,6ms^{-2} \cdot 0,76m} \approx 1,99ms^{-1}.$$

## Problema\_2

### Soluzione

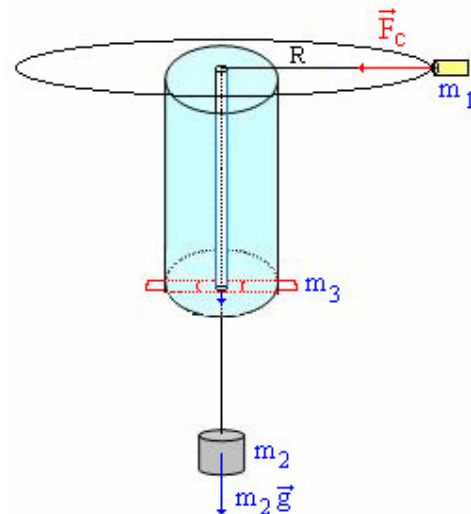
- Per mantenere il tappo in moto circolare uniforme è necessaria una forza centripeta di modulo costante. Detto  $v$  il modulo della velocità lineare ed  $R$  la misura del raggio della traiettoria descritta, l'accelerazione centripeta ha modulo

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

e quindi la forza necessaria è

$$F_c = m_1 a_c = m_1 \cdot \frac{v^2}{R}$$

L'intensità di questa forza è trasmessa al tappo di sughero dal filo di nylon, supposto di massa trascurabile ed inestensibile, ed è pari alla somma dei due pesi delle masse  $m_2$ ,  $m_3$ . Per la situazione di equilibrio descritta sussiste la seguente uguaglianza



$$m_1 \cdot \frac{v^2}{R} = (m_2 + m_3)g \Rightarrow v = \sqrt{\frac{(m_2 + m_3)gR}{m_1}} = \sqrt{\frac{(20 + 1,6)g \cdot 9,81ms^{-2} \cdot 0,3m}{4,5g}}$$

$$\approx \sqrt{14,13} \frac{m}{s} \approx 3,8 \frac{m}{s}.$$

## 2. Calcolo della forza centripeta

Il modulo della forza centripeta che mantiene in rotazione il tappo di sughero ha modulo

$$F_c = m_1 \cdot \frac{v^2}{R} = 4,5 \cdot 10^{-3} Kg \cdot \frac{(3,8ms^{-1})^2}{0,3m} = 0,22N$$

## 3. Calcolo della frequenza di rotazione

Ricordiamo che la frequenza di rotazione rappresenta il numero di giri che il tappo compie in un secondo. Dal modulo della velocità lineare e dalla conoscenza del raggio della circonferenza descritta si risale al periodo T, cioè alla misura dell'intervallo di tempo necessario per compiere un giro. Si ha:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 0,3m}{3,8ms^{-1}} \approx 0,496s$$

La frequenza  $f$  è legata al periodo T dalla relazione

$$f = \frac{1}{0,496s} \approx 2Hz$$

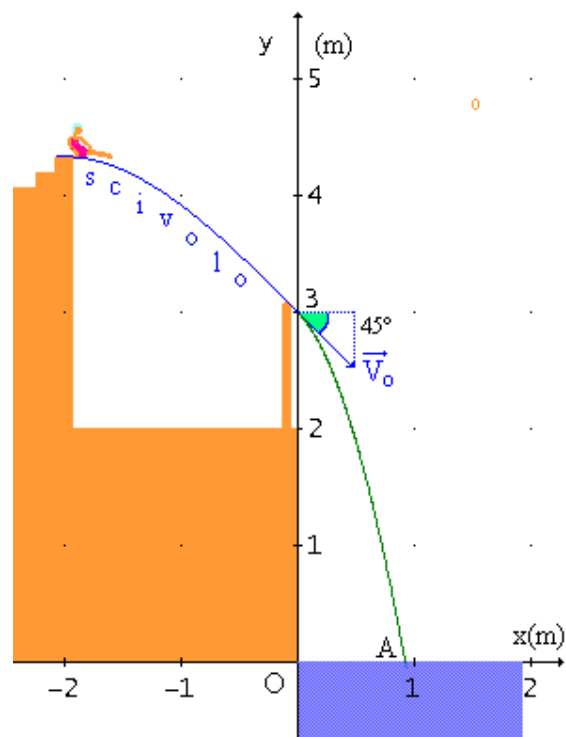
## Problema\_3

Una bambina salta in una piscina scendendo lungo uno scivolo inclinato di  $45^\circ$  rispetto al piano orizzontale. La parte estrema dello scivolo si trova a 3m di altezza rispetto alla superficie libera dell'acqua. Sapendo che la bambina abbandona lo scivolo con velocità di 2m/s, determinare la distanza del punto d'ingresso in acqua dalla verticale del punto di distacco dallo scivolo.

## Soluzione

Per risolvere il problema è opportuno fissare un sistema di riferimento spazio-temporale per la descrizione del moto. Considerato che il moto della bambina durante il volo è ad accelerazione costante, svilupperà lungo una traiettoria piana. Come riferimento cartesiano è sufficiente dunque un sistema di due assi ortogonali; scegliamo l'asse delle ascisse sul piano della superficie dell'acqua della piscina, l'asse delle ordinate lungo la verticale per l'estremo dello scivolo prospiciente la piscina. I due assi sono orientati come indicato in figura; per la misurazione del tempo decidiamo di porre  $t=0s$  l'istante in cui la bambina abbandona lo scivolo.

Indicando con  $\vec{V}_0$  la velocità con cui abbandona lo scivolo la bambina e  $V_0$  il suo modulo, con  $h$  la misura dell'altezza rispetto al pelo libero dell'acqua della piscina, le leggi orarie per l'ascissa e l'ordinata della bambina supposta puntiforme sono le seguenti



$$x = V_0 \cos 45^\circ t \quad (3.1)$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 - V_0 \sin 45^\circ t + h \quad (3.2)$$

Per determinare la distanza del punto d'ingresso in acqua dall'asse delle ordinate ( in figura è indicato con A), è sufficiente porre trovare l'istante in cui  $y=0$ m e sostituirlo nella (3.1).

Si ha:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 - V_0 \sin 45^\circ t + h = 0 \Leftrightarrow gt^2 + 2V_0 \sin 45^\circ t - 2h = 0 \Leftrightarrow gt^2 + \sqrt{2}V_0 t - 2h = 0 \Rightarrow$$

$$t = \frac{-\sqrt{2}V_0 + \sqrt{2V_0^2 + 8gh}}{2g} = \frac{-\sqrt{2} \cdot 2ms^{-1} + \sqrt{2 \cdot 4m^2s^{-2} + 8 \cdot 9,81ms^{-2} \cdot 3m}}{2 \cdot 9,81ms^{-2}} \approx 0,65s.$$

Calcolo della distanza dalla verticale del punto di distacco dallo scivolo

$$x = V_0 \cos 45^\circ t \approx 2 \frac{m}{s} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0,65s \approx 0,92m.$$

La gittata del volo è dunque di circa 92cm.