

## Probabilità

### Eventi composti e formula di Bayes

<sup>(1)</sup>**Problema\_1-** (applicazione della formula di Bayes)

$E_1$  e  $E_2$ , sono due eventi complementari ed è noto che  $P(E_1) = 0,6$ ;  $A$  è un altro evento per il quale sono note le probabilità condizionate  $P(A/E_1) = 0,2$ ,  $P(A/E_2) = 0,15$ . Sapendo che l'evento  $A$  si è verificato, calcolare la probabilità che a determinare  $A$  sia stato l'evento  $E_1$ .

#### Soluzione

La risposta al quesito si ottiene applicando la Formula di Bayes.

Osserviamo subito che essendo  $E_1, E_2$  complementari, risulta  $P(E_2) = 1 - P(E_1) = 0,4$ . Ciò premesso, si tratta di calcolare la probabilità subordinata dell'evento  $E_1$  all'evento  $A$ . Quindi:

$$P(E_1/A) = \frac{P(E_1 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(E_1 \cap A)}{P(A \cap (E_1 \cup E_2))} = \frac{P(E_1)P(A/E_1)}{P(E_1)P(A/E_1) + P(E_2)P(A/E_2)} =$$
$$\frac{0,6 \cdot 0,2}{0,6 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,15} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

\* \* \* \* \*

<sup>(2)</sup>**Problema\_2-** (lanciare tre volte un dado)

Si lancia un dado regolare per tre volte. Calcolare la probabilità di ciascuno dei seguenti eventi.

$E_1$ ="Si presenta una sola volta ciascuno dei tre numeri 1, 2, 3".

$E_2$ ="Si presenta almeno una volta il numero 1 (uno) nei tre lanci".

#### Soluzione

##### Evento $E_1$

L'evento si verifica se il risultato dei tre lanci è uno dei seguenti:  $\{1;2;3\}$ ,  $\{1;3;2\}$ ,  $\{2;1;3\}$ ,  $\{2;3;1\}$ ,  $\{3;1;2\}$ ,  $\{3;2;1\}$ .

Ciascuno dei risultati indicati ha probabilità  $p = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$ .

L'evento in esame risulta essere l'unione di sei eventi elementari incompatibili e pertanto la probabilità richiesta è:

$$P(E_1) = 6 \cdot \frac{1}{216} = \frac{1}{36}$$



##### Evento $E_2$

Facciamo presente che l'evento in esame si verifica se il numero 1 esce una volta, o due volte o tre volte. Possiamo calcolare la probabilità ricorrendo al teorema della probabilità dell'evento contrario. Precisamente, considerando l'evento  $\overline{E_2}$  = "Il numero 1 non si presenta neanche una volta",

la cui probabilità è

$$P(\overline{E_2}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$$

si ricava la probabilità di  $E_2$  dalla legge:

$$P(E_2) = 1 - P(\overline{E_2}) = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}$$

<sup>(1)</sup> Problema assegnato nella prova scritta M3\_4D-20-12-11 (quarta classe di Liceo Scientifico, Ind. PNI)

<sup>(2)</sup> Problema assegnato nella prova scritta M3\_4D-20-12-11 (quarta classe di Liceo Scientifico, Ind. PNI)