# Estrazioni di palline da un'urna

(applicazione dei teoremi della probabilità totale e dell'evento contrario)

## Problema_1

Un'urna contiene 50 palline bianche e 50 palline rosse. Le palline sono distinguibili solo per il colore. Si sa che il 20% delle palline rosse presenta qualche difetto non rilevabile al tatto.

Determinare la probabilità di ciascuno dei seguenti eventi.

1) $E_1$=<<Estraendo una pallina a caso dall'urna si ottiene una pallina difettosa>>
2) $E_2$=<<Estraendo a caso due palline dall'urna si hanno due palline difettose>>
3) $E_3$=<<Estraendo a caso una coppia di palline dall'urna almeno una delle due è buona>>

**Soluzione**

**1)** Osserviamo che le palline difettose sono il 20% delle palline rosse, perciò il numero è

$$N_{dif.} = \frac{20}{100} \cdot 50 = 10$$

La probabilità che si verifichi l'evento $E_1$ è

$$p(E_1) = \frac{N_{dif.}}{100} = \frac{10}{100} = 0{,}1$$

**2)** La probabilità dell'evento $E_2$ è data dal rapporto tra il numero di coppie di palline difettose che si possono formare e il numero complessivo di coppie di palline che si possono ottenere con le 100 palline. Sia $N_{2d}$ il numero di coppie di palline difettose e $N_2$ il numero complessivo di coppie di palline che si possono formare. Il numero $N_2$ è uguale al numero delle combinazioni semplici di classe 2 che si possono formare con 100 oggetti ed $N_{2d}$ è uguale al numero di combinazioni semplici di classe due che si possono formare con 10 oggetti. Risulta

$$N_2 = C_{100,2} = \binom{100}{2} = \frac{100 \cdot 99}{2} = 4950\,;\ N_{2d} = C_{10,2} = \binom{10}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45\,.$$

La probabilità dell'evento $E_2$ è

$$p(E_2) = \frac{N_{2d}}{N_2} = \frac{45}{4950} = \frac{5 \cdot 9}{50 \cdot 99} = \frac{1}{110}$$

Osservazione- la probabilità di $E_2$ è molto minore di 0,1, cioè del 10%.

**3)** Osserviamo che l'evento $E_3$ si verifica se la coppia di palline estratte è formata da due palline buone o da una pallina buona e da una difettosa. L'evento non si verifica se la coppia di palline estratte è composta da due palline difettose; l'evento contrario di $E_3$ è dunque l'evento $E_2$ studiato nel precedente punto. Pertanto, sfruttando **il teorema della probabilità dell'evento contrario**, possiamo scrivere

$$p\left(E_3\right)=1-p\left(\overline{E_3}\right)=1-p\left(E_2\right)=1-\frac{1}{110}=\frac{109}{110}$$