Combinatoria e probabilità

Esercitazione sulla composizione di numeri, lancio di due dadi, estrazione di palline da una e due urne. Evento composto e probabilità condizionata.

Problema-1- Avendo a disposizione le cifre 0,1,2,3,4, 5 calcolare:

a) quanti numeri di due cifre diverse si possono formare; Risp. 25
b) quanti numeri di due cifre anche ripetute si possono formare e indicare di essi il minore e il maggiore; Risp. 30;10;55
c) quanti numeri pari di valore non superiore a 30 si possono ottenere, nell'ipotesi che le cifre assegnate non si possano ripetere; Risp. 9
d) quanti sono i numeri dispari che si possono ottenere aventi un numero qualsiasi di cifre ma utilizzando in ciascuno numero le cifre assegnate una sola volta; Risp. 796
e) quanti numeri di tre cifre, comunque prese, si possono formare. Risp. 180

Problema-2 – Si lanciano due dadi regolari a sei facce numerate da 1 a 6. Calcolare:

a) la probabilità che sulle due facce si presenti la coppia (2;4) Risp. 1/18
b) la probabilità che sulle facce si presenti una coppia contenente solo un numero pari (ad. Esempio (2;3), 3;6), ecc…); Risp. 1/2
c) che la somma dei due numeri sia minore di 5; Risp. 5/18
d) che la somma dei due numeri sia compresa tra 5 e 8; Risp. 23/36
e) che al massimo uno dei due numeri sia pari. Risp. 3/4

Problema-3

Un'urna contiene 10 palline indistinguibili se non dal colore; delle palline 4 sono gialle e 6 rosse. Si estraggono a caso due palline contemporaneamente. Calcolare la probabilità di ciascuno dei seguenti eventi:

E_1=" Escono due palline gialle" Risp. 2/15

E_2="Escono due palline di colore diverso" Risp. 8/15

E_3= "Almeno una delle due palline è rossa". Risp. 13/15

Problema-4(probabilità condizionata)

Sia hanno due urne, A e B contenenti A 4 palline gialle e 6 rosse, B 5 Gialle e 3 Rosse. Si estrae una pallina a caso dall'urna A e la si inserisce nell'urna B. Calcolare la probabilità che estraendo a caso una pallina dall'urna B essa sia rossa.

Risp. 3/5

Segue la risoluzione.

Problema-1

a) I numeri di due cifre diverse che si possono formare devono avere come cifra delle decine una qualsiasi di quelle assegnate con esclusione dello 0 (zero). Come cifra delle unità si può scegliere una delle sei cifre. Osserviamo che fissando una delle cinque cifre 1, 2, 3 ,4, 5 come cifra delle decine, la cifra delle unità, dovendo essere diversa da quella delle decine, potrà essere una qualsiasi delle cinque rimanenti. Si conclude che si possono ottenere 5x5=25 numeri diversi.
b) I numeri di due cifre che si possono formare non possono avere come cifra delle decine lo 0 (zero), pertanto, la cifra delle decine può essere una delle altre 5; come cifra delle unità può essere una delle sei cifre assegnate. Pertanto il numero complessivo dei numeri di due cifre che si possono formare è 5x6=30. Il numero minore è 10 e quello maggiore è 55.
c) I numeri pari che si possono formare devono terminare con una delle cifre 0, 2, 4, avere al massimo due cifre e iniziare con una delle cifre 0, 1, 2, 3. I numeri sono: 0;2;4;10;12;14;20;24;30. In totale sono 9.
d) I numeri dispari devono avere come ultima cifra una delle seguenti: 1, 3, 5. Osserviamo che
    a. I numeri dispari formati da **una sola cifra** sono **tre** (3)
    b. I numeri dispari formati da **due cifre** sono **tredici** e sono:13, 15; 21, 23, 25; 31, 33, 35; 41, 43, 45; 51, 53.
    c. Dei numeri dispari formati con **tre cifre** quelli che terminano con 1 possono avere come cifra delle centinaia una delle seguenti 2, 3, 4, 5, e come cifra delle decine una qualsiasi delle cinque, 0, 2, 3, 4, 5. Vi sono quindi 4x5=20 numeri che terminano con 1. Si riconosce immediatamente che ve ne sono altri 20 che terminano con 3 e altri 20 che terminano con 5. Si hanno quindi 20+20+20=**60** numeri dispari di tre cifre.
    d. Dei numeri dispari di **quattro cifre** quelli che terminano con 1 devono avere la cifra delle migliaia che non sia zero, quindi può essere una delle seguenti 2, 3, 4, 5; la cifra delle centinaia può essere una delle cinque 0, 2, 3, 4, 5, ma una volta fissata la cifra delle migliaia restano disponibili 4 cifre; per la cifra delle decine, una volta fissate la cifra delle migliaia e quella delle centinaia rimangono disponibile 3 diverse cifre. Pertanto esistono 4x4x3=48 numeri dispari di quattro cifre che terminano con 1. Con ragionamento analogo si riconosce che esistono altri 48 numeri dispari che terminano con 3 e 48 numeri dispari che terminano con 5. In **totale** i numeri dispari di quattro cifre sono 48x3=**144**.
    e. I numeri dispari con **cinque cifre** che terminano con 1 possono avere come cifra delle decine di migliaia una delle quattro 2, 3, 4, 5. Fissata questa cifra, la cifra delle migliaia può essere scelta in 4 modi diversi, quella delle centinaia in 3 modi diversi, quella delle decine in due modi diversi. Nel complesso i numeri dispari di 5 cifre diverse sono 4x4x3x2=**96**.
        i. Ci sono altri 96 numeri dispari di cinque che terminano con 3, ed altri 96 che terminano con 5.

    In totale i numeri **dispari di cinque cifre** sono 96x3=**288**.

    f. Numeri dispari di **6 cifre**.
        i. I numeri che terminano con 1 possono avere come cifra delle centinaia di migliaia una delle seguenti: 2, 3, 4, 5; come cifra delle decine di migliaia una delle quattro rimaste dal gruppo 0, 2, 3, 4, 5, dopo aver fissato quella delle centinaia di migliaia; come cifra delle migliaia, una delle tre precedenti, come cifra delle centinaia una

delle due precedenti,come cifra delle decine la cifra residua. Nel complesso i numeri dispari che terminano con 1 sono 4x4x3x2x1=96 .

ii. Ci sono altri 96 numeri dispari che terminano con 3 e altri 96 che terminano con 5.

Nel complesso i numeri dispari di 6 cifre sono: 96x3=**288**

Conclusione

Il totale dei numeri dispari che si possono formare con le cifre assegnate ed aventi la proprietà indicata è:

3+13+60+144+288+288=796.

e) Osserviamo che la cifra delle centinaia non può essere 0, quindi va scelta tra 1, 2, 3, 4, 5. La cifra delle decine e quella delle unità può essere una qualsiasi delle sei assegnate. Pertanto il numero complessivo dei numeri di tre cifre che si possono comporre è 5x6x6=180.

*** ***