

Combinatoria

Es1) Due scatole A e B contengono, A 12 palline rosse e 12 nere, B 14 palline rosse e 12 nere. Quante palline rosse si devono spostare da A in B in modo che la percentuale delle palline rosse in A diventi uguale alla percentuale di palline nere in B?
 Resp. 4



Figura 1

Soluzione

Sia x il numero di palline rosse da spostare da A in B. Dopo lo spostamento la configurazione delle due scatole diventa quella indicata in Figura 2. Si deve verificare l'uguaglianza:

$$\frac{12-x}{24-x} = \frac{12}{26+x}, \text{ da cui } (12-x)(26+x) = 12(24-x) \rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0 \rightarrow x = -1 \pm 5.$$

L'unico valore accettabile è $x = 4$.

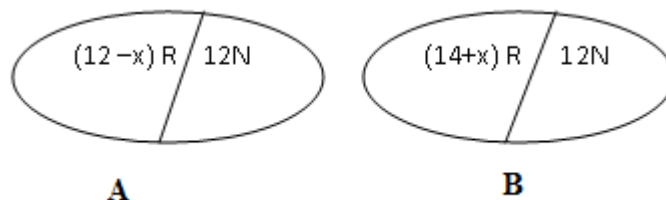


Figura 2

Es2) Nel numero $0,0\overline{857142}$ quali cifre occupano le posizioni 100-esima e 200-esima?
 Resp.:7;8

Soluzione

Il numero è periodico misto, con periodo composto da sei cifre e antiperiodo composto da una sola cifra. Le prime cinque cifre decimali sono composte dall'unica cifra dell'antiperiodo e da 5 cifre del periodo. Poiché $99:6$ dà 16 con il resto di 3 evidentemente il periodo si ripeterà 16 volte totalizzando 96 cifre e la parte numerica delle ultime tre cifre è 857. Concludiamo che la 100-esima cifra è 7.

Procedendo in modo analogo si ha: $199=33 \cdot 6+1=198+1$, quindi la 200-esima cifra decimale sarà 8.

Es3) Calcolare la 500-esima e la milionesima cifra decimale del numero decimale corrispondente alla

frazione $\frac{11}{1625}$.

Resp.:3;7

Soluzione

Il numero decimale corrispondente alla frazione in oggetto è $0,006\overline{769230}$.

Ricerca della cifra di posto 500

L'antiperiodo del numero ha tre cifre, quindi la 500-esima cifra sarà una di quelle che compongono il periodo. Si tratta di determinare la 497-esima cifra generata dal periodo, che è composto da 6 cifre. Osserviamo che $497:6=82$ con il resto di 5. Pertanto per avere 497 cifre il periodo si deve ripetere 82 volte e nella 83° occorrenza la quinta cifra, cioè il 3, sarà quella che occuperà la 500° posizione nel numero.

Ricerca della milionesima cifra

Anche in questo caso si esegue la divisione $999997:6$; il quoziente intero è 166666 con il resto di 1. La milionesima cifra è il 7.

Es4) Determinare la millesima e la milionesima cifra decimale del numero corrispondente alla frazione $\frac{18}{175}$.

Risp.: 4

Es5) Un sacchetto contiene caramelle di tre gusti diversi: all'arancia, al limone e al miele. Si estrae una caramella alla volta.

a) Determinare il numero massimo di estrazioni che sono necessarie per ottenere due caramelle di tipo diverso. Risp.:4

b) Determinare il numero massimo di estrazioni che sono necessarie per ottenere tre caramelle di diverso genere. Risp.:7

Soluzione

a) Indichiamo con A (arancia), L (limone), M (miele) i diversi gusti.

Nella prima estrazione si otterrà una caramella di un certo gusto: supponiamo che sia all'Arancia.

Nella seconda estrazione la caramella è ancora uno dei tre gusti: A, L, M. Se esce la caramella del gusto A abbiamo raggiunto lo scopo, ma non ne abbiamo la certezza, perché potrebbe presentarsi una caramella di uno dei gusti L, M; quindi occorre procedere con la terza estrazione. Per fissare le idee supponiamo che nella seconda estrazione sia uscita una caramella del gusto L (limone).

Nella 3° estrazione la caramella sarà ancora di uno dei tre gusti: A, L, M. Se esce del gusto A o del gusto L abbiamo raggiunto l'obiettivo, ma se esce una caramella al gusto M (miele) dobbiamo procedere con una quarta estrazione.

Nella 4° estrazione la caramella sarà ancora di uno dei tre gusti: A, L, M.

Nel caso sia del gusto A, farà coppia con quella estratta nella prima estrazione, se esce del gusto L, farà coppia con quella estratta nel 2° tentativo, se esce del gusto M (miele) farà coppia con quella estratta nel 3° tentativo.

Conclusione. Per avere la certezza di ottenere due caramelle allo stesso gusto si devono estrarre 4 caramelle. Nella Tabella n.1 sono indicate le estrazioni ipotizzate.

b) Per la descrizione delle operazioni rimangono valide le considerazioni svolte nel caso a). Riprendiamo dunque la situazione che si potrà essere determinata al termine della quarta e supponiamo, per fissare le idee, che nella 4° estrazione si sia presentata una caramella all'arancia:A.

Si procede con la 5° estrazione. Se si presenta una caramella all'arancia

Estr.	Gusti A, L, M		
1°	A		
2°		L	
3°			M
4°	*	*	*

Estr.	Gusti A, L, M		
1°	A		
2°		L	
3°			M
4°	A		
5°		L	
6°			M
7°	*	*	*

abbiamo finito, ma non è certo perché potrebbe presentarsi una caramella di uno dei gusti L o M. Supponiamo che si presenti una caramella al limone:L. Occorre procedere con la sesta estrazione.

Sesta estrazione – Se si presenta una caramella all’arancia o al limone abbiamo finito, ma non ne abbiamo la certezza perché potrebbe presentarsi una caramella al miele. Dunque si deve procedere con la settima estrazione.

Settima estrazione – Con questa estrazione, quale che sia il gusto della caramella estratta si avranno certamente tre caramelle con tre gusti diversi.

Nella Tabella n.2 sono indicate le estrazioni ipotizzate.