Problemi di massimo e di minimo vincolati

Problema_1

Considerata la funzione $f(x;y)=xy$, determinare i punti di massimo e di minimo relativi o assoluti limitatamente al dominio $E=\left\{(x;y)\in R^2 : x^2+4y^2-4\le 0\right\}$.

Risposte

La funzione non ammette punti di massimo, né di minimo relativo; ammette solo punti di massimo assoluto e punti di minimo assoluto.

Sono punti di massimo assoluto

$$P_1\left(\sqrt{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right), P_2\left(-\sqrt{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right), \text{ con } \quad f(P_1)=1,\ f(P_2)=1.$$

Sono punti di minimo assoluto

$$P_3\left(-\sqrt{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right),\ P_4\left(\sqrt{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right), \text{ con } \ f(P_3)=-1,\ f(P_4)=-1.$$

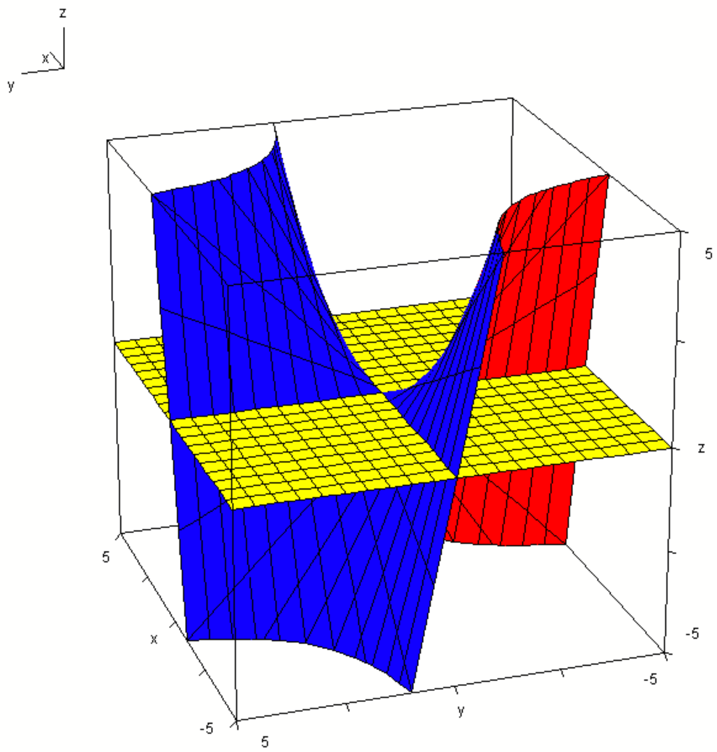

Figura 1-In figura sono presenti la superficie di equazione z= xy ed il piano coordinato z=0

Problema_2

Dimostrare che la funzione $f(x;y)=xy$ limitatamente al dominio

$D=\left\{\left(x;y\right)\in R^2 : x^2+y^2-1\leq 0\right\}$ assume il valore massimo nei punti $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$,

$B\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, ed il massimo vale 1, e assume il valore minimo, che vale -1, nei punti

$C\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right), D\left(\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.