

Esercizio sui polinomi di Mac-Laurin

Data la funzione $f(x) = xe^x$ i polinomi di Mac-Laurin fino all'ordine quattro sono:

$$P_1(x) = x$$

$$P_2(x) = x + x^2$$

$$P_3(x) = x + x^2 + \frac{x^3}{2}$$

$$P_4(x) = x + x^2 + \frac{x^3}{2} + \frac{x^4}{6}$$

Nella Figura a lato sono riportati i diagrammi della funzione $y=f(x)$ e dei quattro polinomi riportati sopra.

Si noti come con l'aumentare dell'ordine si abbia sempre una migliore aderenza della curva del polinomio alla curva della funzione.

Se si è interessati all'aspetto quantitativo, cioè alla bontà dell'approssimazione dei valori di una funzione intorno al punto $x=0$ ottenuti con quelli di un particolare polinomio di Mac-Laurin, si deve predisporre una tabella di calcolo (magari servendosi di un foglio elettronico) per visualizzare i valori ottenuti

operando con la funzione e quelli ottenuti operando con il polinomio di Mac-Laurin specifico. In **Tabella 1** ho riportato le elaborazioni relative alla funzione ed ai polinomi di Mac-Laurin dei primi quattro ordini ottenute per x variabile in $[-1;1]$ facendo assumere alla variabile come primo valore -1 ed incrementandola successivamente di $\Delta x=0,1$.

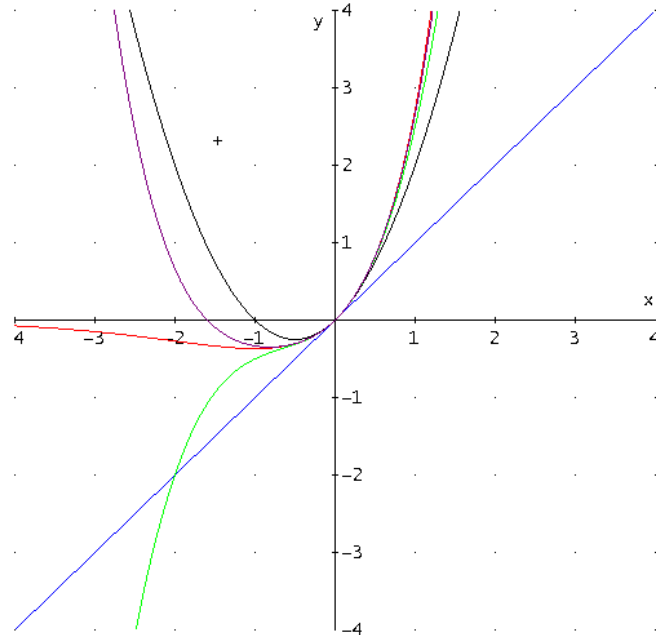


Tabella 1

x	xe^x	$P_1(x)$	$P_2(x)$	$P_3(x)$	$P_4(x)$
-1	-0,367879441	-1	0	-0,5	-0,33333
-0,9	-0,365912694	-0,9	-0,09	-0,4545	-0,34515
-0,8	-0,359463171	-0,8	-0,16	-0,416	-0,34773
-0,7	-0,347609713	-0,7	-0,21	-0,3815	-0,34148
-0,6	-0,329286982	-0,6	-0,24	-0,348	-0,3264
-0,5	-0,30326533	-0,5	-0,25	-0,3125	-0,30208
-0,4	-0,268128018	-0,4	-0,24	-0,272	-0,26773
-0,3	-0,222245466	-0,3	-0,21	-0,2235	-0,22215
-0,2	-0,163746151	-0,2	-0,16	-0,164	-0,16373
-0,1	-0,090483742	-0,1	-0,09	-0,0905	-0,09048
0	0	0	0	0	0
0,1	0,110517092	0,1	0,11	0,1105	0,110517
0,2	0,244280552	0,2	0,24	0,244	0,244267
0,3	0,404957642	0,3	0,39	0,4035	0,40485
0,4	0,596729879	0,4	0,56	0,592	0,596267
0,5	0,824360635	0,5	0,75	0,8125	0,822917
0,6	1,09327128	0,6	0,96	1,068	1,0896
0,7	1,409626895	0,7	1,19	1,3615	1,401517
0,8	1,780432743	0,8	1,44	1,696	1,764267
0,9	2,2136428	0,9	1,71	2,0745	2,18385
1	2,718281828	1	2	2,5	2,666667