

Studio della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$$

Elaborazioni

a) Dominio - La funzione è definita su tutto l'asse reale perché il radicale ha indice dispari ed è continua.

b) Segno e zeri - La funzione si annulla nei punti $x_1=0$, $x_2=1$. La funzione è positiva se

$x^3 - x^2 > 0$, quindi se $x^2(x-1) > 0$; ciò si verifica per $x > 1$. Nel dominio altrove è negativa.

c) Limiti, eventuali asintoti ed estremi

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x^3 - x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x^2(x-1)} = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 - x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^2(x-1)} = +\infty$$

I valori ottenuti indicano che la funzione non è limitata inferiormente, né superiormente, dunque $\text{Inf}(f) = -\infty$, $\text{Sup}(f) = +\infty$ e che il grafico non ha asintoti orizzontali.

... asintoto obliquo la retta $s: y = x - \frac{1}{3}$

d) Monotonia, derivabilità, punti di massimo e di minimo relativo

... il punto $x=0$ è di massimo relativo proprio.

...

... $(0;0)$... **punto ... cuspidale.** ...

... il punto $x=1$... è **di flesso**...

Segno della derivata prima

...