

Problema di geometria sui limiti

Nel triangolo ABC, con $\overline{AB} = c$, è noto che $\widehat{BAC} = 3\widehat{ABC}$. Condurre per il vertice A una semiretta s che intersechi il lato BC in P in modo che gli angoli $\widehat{BAP}$, $\widehat{PBA}$ siano congruenti.

Q1- Calcolare il limite del rapporto $\frac{\overline{AP}}{\overline{AC}}$ quando l'angolo $\widehat{PBA}$ tende a zero e quando tende a $\frac{\pi}{4}$.

Q2- Indicata con H la proiezione di B sulla semiretta s, calcolare i limiti del rapporto $\frac{\overline{BH}}{\overline{PB}}$ quando l'angolo $\widehat{PBA}$ tende a zero e quando tende a $\frac{\pi}{4}$.

Guida alla soluzione

Q1- Facciamo riferimento al triangolo riportato in Figura 1.

Occorre determinare le misure dei segmenti AP, AC.

Valore del rapporto: $\frac{\overline{AP}}{\overline{AC}} = \frac{\sin(4\beta)}{2\cos\beta\sin\beta}$

Studio dei limiti

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{\overline{AP}}{\overline{AC}} = 2 ; \quad \lim_{\beta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\overline{AP}}{\overline{AC}} = 0$$

* * * * *

Q2- Si deve completare la figura ...

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{\overline{BH}}{\overline{PB}} = 0; \quad \lim_{\beta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\overline{BH}}{\overline{PB}} = 1$$

Discussione geometrica del problema

Osserviamo che con la condizione imposta per il triangolo nel testo $\widehat{BAC} = 3\widehat{ABC}$, il valore dell'ampiezza dell'angolo β deve essere compreso tra 0° e 45° , estremi esclusi (in radianti tra 0 e $\pi/4$) e ciò perché la somma dei due angoli nei vertici A e B deve essere minore di 180° .

Osservazione sul limite per $\beta \rightarrow 0 \dots$

Osservazione sul limite per $\beta \rightarrow \pi/4 \dots$

Cerca la soluzione completa⁽¹⁾ in formato .PDF sul sito www.matematicaescuola.it nella sezione dedicata allo studio dei limiti.

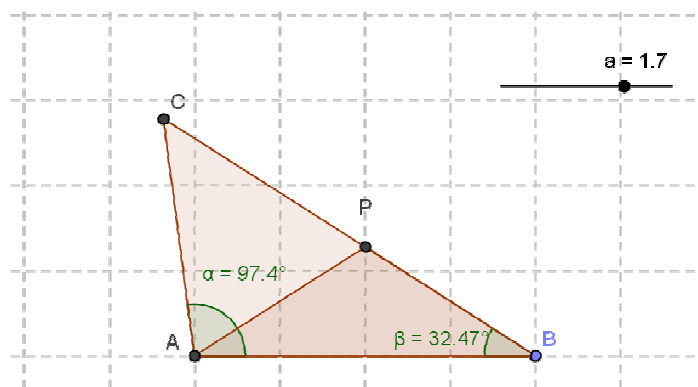


Figura 1

⁽¹⁾ La soluzione completa è disponibile solo per gli utenti registrati.