

Analisi di limiti⁽¹⁾

Di seguito sono indicati dei limiti. Precisare per ciascuno di essi se ha senso fornendo adeguata giustificazione.

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{x}}(1-x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x^2}}{2-\sqrt{x}}$ c) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{\cos x + 1}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-x)^2}{|x| - x^2}$ e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \arcsen(e^{-x} + 1)$ f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{2^x - e^x}$

Soluzione

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{x}}(1-x)$

Questo limite non ha senso perché la funzione è definita nell'intervallo $]0;1[$ e dunque il punto $+\infty$ non è di accumulazione per il dominio.

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x^2}}{2-\sqrt{x}}$

Il limite ha senso e vale zero. Infatti, il dominio della funzione è $[0;1]$.

c) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{\cos x + 1}$

Il limite ha senso perché la funzione è definita $\forall x \neq (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}$ e quindi il punto $x = \pi$ è di accumulazione. Precisamente il limite vale $+\infty$.

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-x)^2}{|x| - x^2}$

Il limite ha senso perché il punto $x=0$ è di accumulazione per il dominio della funzione che è $\mathbb{R} - \{-1;0;1\}$. Studiando il limite si riconosce che esiste e vale $+\infty$.

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \arcsen(e^{-x} + 1)$

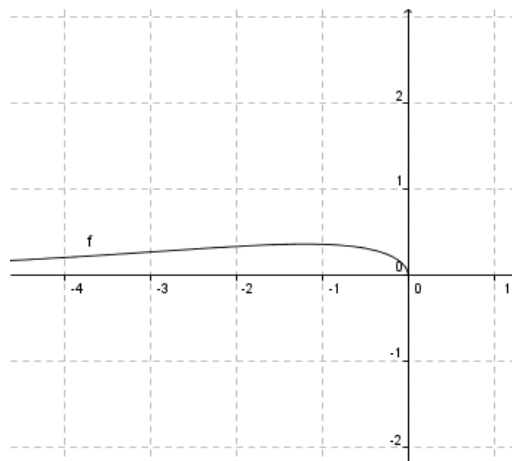
Questo limite non ha senso. Infatti, la funzione assegnata non è definita per alcun valore reale in quanto per ogni x reale risulta $e^{-x} + 1 > 1$ e quindi non esiste $\arcsen(e^{-x} + 1)$.

f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{2^x - e^x}$

Questo limite non ha senso perché il punto $x=0$ non è di accumulazione a destra per il dominio della funzione. Infatti, per l'esistenza della funzione deve risultare

$\left(\frac{2}{e}\right)^x \geq 1$ e ciò si verifica solo per $x \leq 0$. Il dominio di definizione è $A =]-\infty;0]$.

A lato è riportato il diagramma della funzione.



⁽¹⁾ Esercizi assegnati nel compito in classe: M2_5D-17-11-11