Analisi Matematica

Esercitazione di riepilogo sullo studio di limiti

(con applicazione di alcuni limiti notevoli)

Studiare i limiti proposti ricordando, ove occorra, che sussistono i seguenti limiti notevoli

$$\lim_{t\to 0}\frac{sen(t)}{t}=1;\quad \lim_{t\to 0}\frac{1-\cos(t)}{t^2}=\frac{1}{2};\quad \lim_{t\to 0}\frac{\tan(t)}{t}=1;\quad d)\lim_{t\to 0}\frac{\ln(1+t)}{t}=1;\quad \lim_{t\to 0}\frac{(1+t)^{\alpha}-1}{t}=\alpha,\ \forall\alpha\in\mathbb{R};$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{\alpha}{x}\right)^{x}=e^{\alpha},\qquad \lim_{x\to 0}(1+\alpha x)^{\frac{1}{x}}=e^{\alpha},\ \forall\alpha\in\mathbb{R};$$

$$\lim_{x\to x_0}\varphi(x)=0\Rightarrow \lim_{x\to x_0}\frac{sen(\varphi(x))}{\varphi(x)}=1;\ \lim_{x\to x_0}\frac{1-\cos(\varphi(x))}{[\varphi(x)]^2}=\frac{1}{2};\ \lim_{x\to x_0}\frac{\tan(\varphi(x))}{\varphi(x)}=1;\ \lim_{x\to x_0}\frac{\ln(1+\varphi(x))}{\varphi(x)}=1;$$

$$\lim_{x\to x_0}\frac{[1+\varphi(x)]^{\alpha}-1}{\varphi(x)}=\alpha,\ \forall\alpha\in\mathbb{R}$$

*** ***

1) $\lim_{x\to 0}\frac{sen(4x)}{\sqrt{1+x}-1}$ R: 8

2) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(\sqrt{x})}{sen(3x)}$ R: $\frac{1}{6}$

3) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^3(x)}{\tan(6x)\cdot x}$ R: $\frac{1}{4}$

4) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{2sen^2(x)+sen(x)-3}{\cos(x)}$ R: 0

5) $\lim_{x\to\pi}\frac{[sen(3x)+2sen(x)](x-\pi)}{1+\cos(x)}$ R: -10

6) $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{3}{4x}\right)^{2x}$ R: $e^{\frac{3}{2}}$

7) $\lim_{x\to 0}(1+4x)^{\frac{1}{6x}}$ R: $e^{\frac{2}{3}}$

8) $\lim_{x\to-\infty}\frac{x\sqrt{x^2-1}}{1-2x^2}$ R: $\frac{1}{2}$

9) $\lim_{x\to+\infty}\left[\ln(1+e^{x})-x\right]$ R: 0

10) $\lim_{x\to-1}\frac{\ln(x^2+3x+3)}{x^2-1}$ R: $-\frac{1}{2}$