

Analisi di limiti⁽¹⁾

Di seguito sono indicati dei limiti. Precisare per ciascuno di essi se ha senso fornendo adeguata giustificazione.

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{x}}(1-x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x^2}}{2-\sqrt{x}}$ c) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{\cos x + 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-x)^2}{|x|-x^2}$ e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \arcsen(e^{-x} + 1)$ f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{2^x - e^x}$

* * * * *

Esercizi sui limiti Applicazione dei limiti notevoli

⁽²⁾ Studiare i seguenti limiti.

(Prima Parte)

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x+1}\right)^x$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x+5}{5x-12}\right)^{-x}$ c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+2}}{x^2+2x}$ d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\sen x)}{x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{x^2-1} - 1}{x-1}$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$ g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + \sen(3x)}{5x + tg(10x)}$ h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^3 \sen x}$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \arcsen\left(\frac{1}{2x}\right)$ j) $\lim_{x \rightarrow 1} (3x-2)^{\frac{1}{x-1}}$ k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(\cos x)}{\sen^2 x}$ l) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sen x)^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$

(Seconda parte)

m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3}\right)^{2x}$ n) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x(x+1)}^3}$ o) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2+1}-x}{x-1}$ p) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\sen\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right)^{\frac{1}{(x-\pi)^2}}$

q) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sen x - \cos x}{\cos(2x)}$ r) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arctg\left(\frac{x^2}{x+1}\right)}{\log x}$ s) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 + \sen x)^3 - 1}{\pi - x}$ t) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \pi tg^2 x)}{\sen(x^2)}$

u) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{x-1} - 2^{x-1}}{x^2 - x}$ v) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\sen\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right)^{\frac{1}{(x-1)^2}}$ w) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(9-k)x^2 - 6x + 8}{kx^2 + x + 1}$

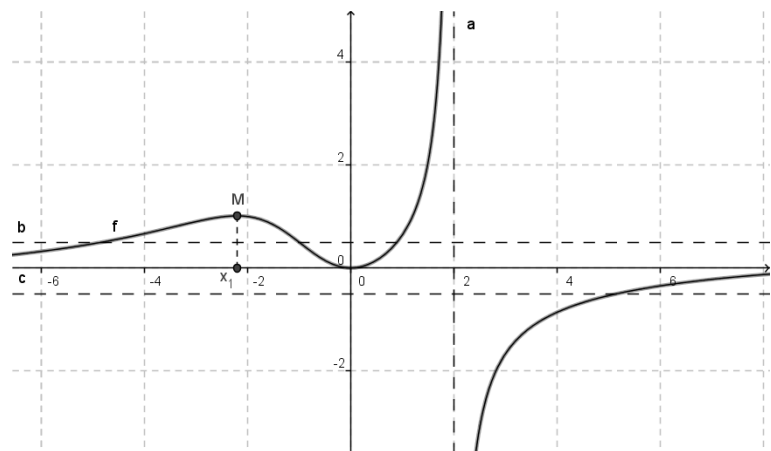
* * * * *

⁽³⁾ **Relativamente alla funzione**

$$f(x) = \frac{x^2(|x|-10)}{2x^3-16}, \text{ di cui è riportato}$$

approssimativamente il diagramma a lato, risolvere i quesiti che seguono.

- a) Precisare l'insieme di definizione, gli eventuali zeri ed il segno.
- b) Precisare se il diagramma ammette asintoti orizzontali o verticali.
- c) Limitatamente alla parte del diagramma rappresentato, precisare gli intervalli di monotonia e la presenza di eventuali punti di massimo o di minimo relativo.



⁽¹⁾ Esercizi presenti nel compito in classe: M2_5D-17-11-11

⁽²⁾ Esercizi presenti nel compito in classe: M3_5D_22-12-11 (quinta classe di Liceo Scientifico, Ind. PNI)

⁽³⁾ Esercizio presente nel compito in classe: M3_5D-22-12-11 (quinta classe del Liceo Scientifico, Ind. PNI)

d) Tenendo conto delle proprietà ricavate per la funzione, indicare il codominio della stessa e gli eventuali punti di discontinuità.

* * * * *

⁽⁴⁾(Sui teoremi della convergenza a zero e della divergenza per il limite del prodotto di due funzioni)

Relativamente alla funzione $f(x) = (2 + \cos x)e^{-x/4}$, stabilire se esistono i limiti per $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$, giustificando le risposte. Determinare il codominio della funzione.

* * * * *

⁽⁵⁾**Problema** (applicazione dei limiti)

Considerata la semicirconferenza di diametro $AB=2r$ e centro O , sia P un punto sull'arco AB . Sia α la misura in radianti dell'angolo PAB .

- 1) Studiare il limite del rapporto tra l'area del triangolo AOP e l'area del settore circolare di angolo al centro AOP con $P \rightarrow A$.
- 2) Studiare il limite del rapporto tra l'area del segmento circolare di base AP e l'area del settore circolare di angolo al centro AOP con $P \rightarrow A$.

* * * * *

Ex-compito_M3_5D-19-12-07

Es_4) Per ciascuna delle funzioni di seguito indicate riconoscere la proprietà indicata e risolvere il corrispondente quesito.

4.1 $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{3x^4 - 1}$ Per $x \rightarrow +\infty$ è infinitesima. Determinare l'ordine, la parte principale e la parte complementare dell'infinitesimo.

4.2 $f(x) = \frac{\sqrt{1 - x \operatorname{sen}^3 x} - 1}{\log(1 + 4x)}$ Per $x \rightarrow 0$ è infinitesima. Determinare l'ordine e la parte principale.

4.3 $f(x) = (x^2 - x)^3 (\sqrt{x} - 1)$ Per $x \rightarrow 1$ è infinitesima. Determinare l'ordine e la parte principale.

4.4 $f(x) = \frac{\operatorname{arcsen}(2x)}{2^{x^3} - 1}$ Per $x \rightarrow 0$ è un infinito. Determinare l'ordine e la parte principale.

Es_5) Studiare i seguenti limiti.

5.1 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{4n-5}{4n+6} \right)^{1-2n}$ 5.2 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{1 - \sqrt{-x}}$ 5.3 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log(x^2 + 2x - 2)}{x - \sqrt{x}}$

5.4 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \operatorname{arcsen} \left(\frac{2x+1}{x^3+4} \right)$ 5.5 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x [\log(x+2) - \log(x+4)]$

5.6 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \cos(\pi x)}{(x-2) \operatorname{sen} \left(\frac{\pi x}{2} \right)}$ 5.7 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{1 + \log(2x)}}$ 5.8 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2 + 1} \cdot \log(1 + e^x)$

* * * * *

Es_6) Considerata la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(kx)}{kx^2} & \text{per } x < 0 \\ \frac{e^{x^2+2x} - 1}{x} & \text{per } x > 0 \end{cases}$$

determinare il valore del parametro k per cui la funzione è prolungabile per continuità. Una volta trovato il valore richiesto si definisca la funzione continua nel suo dominio.

⁽⁴⁾ Esercizio presente nel compito in classe: M3_5D-22-12-11 (quinta classe del Liceo Scientifico, Ind.PNI)

⁽⁵⁾ Problema presente nel compito in classe: M3_5D-22-12-11 (quinta classe del Liceo Scientifico, Ind.PNI)