

Esercizi sul calcolo di volumi di solidi di rotazione

- 1) Calcolare il volume del solido descritto nella rotazione di un giro completo attorno all'asse delle ascisse dal segmento parabolico delimitato dalla parabola avente equazione $2y=2x-x^2$ e dall'asse delle ascisse.

Risposta: $V = \frac{2\pi}{15}$

- 2) Considerata l'equazione della parabola $\lambda: y = \frac{1}{2}(kx - x^2)$, con k reale positivo, determinare per quale valore di k il volume del solido descritto dalla rotazione attorno all'asse delle ascisse in un giro completo dal segmento parabolico delimitato dall'asse delle ascisse è uguale al volume della sfera avente raggio uguale all'ordinata del vertice di λ .

Risposte: $k=16/5$; $\lambda: y = \frac{1}{2}\left(\frac{16}{5}x - x^2\right)$; volume del solido $V = \frac{\pi \cdot 2^{17}}{3 \cdot 5^6}$

- 3) Considerata la funzione $f(x) = \sqrt{3-x}$, risolvere i seguenti quesiti:
- a) dopo averne rappresentato il diagramma, determinare il volume del solido descritto dal suo sottografico relativo all'intervallo $[0;3]$ in una rotazione completa attorno all'asse delle ascisse e in una rotazione completa attorno all'asse delle ordinate. Confrontare i volumi dei due solidi di rotazione.
 - b) Osservato che il volume del solido ottenuto nella rotazione intorno all'asse delle ordinate è maggiore di quello descritto nella rotazione intorno all'asse delle ascisse, giustificare il risultato calcolando le coordinate del baricentro del sottografico servendosi del [teorema di Guldino](#).

Risposte: a) $V_x=9\pi/2$; $V_y=\frac{24\pi}{5}\sqrt{3}$ b) Baricentro: $G\left(\frac{6}{5}; \frac{3\sqrt{3}}{8}\right)$

- 4) Considerata la funzione $f(x) = \log x$, calcolare il volume del solido descritto dal suo sottografico relativo all'intervallo $[1;e]$ in una rotazione completa attorno all'asse delle ascisse e in una rotazione completa attorno all'asse delle ordinate.

Risposte: $V_x = \pi(e-2)$; $V_y = \frac{\pi(e^2+1)}{2}$

- 5) In relazione alla funzione esponenziale $f(x) = e^x$ risolvere i quesiti che seguono.
- a) Scrivere l'equazione della retta tangente al diagramma della funzione nel punto A di ascissa $x=1$.
 - b) Calcolare l'area della regione finita di piano F delimitata dal diagramma della funzione, dalla tangente in A e dall'asse delle ordinate.

- c) Calcolare il volume del solido descritto dalla figura F in una rotazione completa attorno all'asse delle ascisse e quello del solido descritto da F in una rotazione completa attorno all'asse delle ordinate.

Risposte

a) $t_A : y = ex$ b) $Area(F) = \frac{e}{2} - 1$ c) $V_x = \frac{\pi}{6}(e^2 - 3), V_y = \frac{2}{3}\pi(3 - e)$