

Esercizi sugli insiemi numerici

Es1- Determinare i punti dell'insieme $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid (\sqrt{1-x} \leq 2) \wedge \left(\left| x + \frac{5}{4} \right| \leq \frac{7}{4} \right) \right\}$.

Es2- Determinare i punti dell'insieme numerico $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \left(\frac{x^2-1}{x+2} < 0 \right) \wedge \left(\frac{|x|+1}{x-1} \leq \frac{1}{2} \right) \right\}$

Es3- In relazione all'insieme numerico $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{x} \leq x \leq \frac{1}{x} \right\}$ risolvere i quesiti seguenti.

1. Precisare se l'insieme è limitato.
2. Indicare i suoi estremi inferiore e superiore e precisare se sono rispettivamente minimo e massimo.
3. Indicare l'insieme derivato (insieme dei punti di accumulazione dell'insieme stesso).

Es4- In relazione all'insieme numerico $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid (x - \sqrt{x} \leq 0) \wedge \left(\frac{1}{2x^2} \leq 1 \right) \right\}$

1. determinare i suoi punti e riconoscere che è un intervallo;
2. indicare l'estremo inferiore e l'estremo superiore, precisando se sono anche rispettivamente minimo e massimo dell'insieme;
3. determinare l'ampiezza dell'intervallo ed il suo centro c ;
4. riconosciuto che il punto $x_0 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ è interno all'insieme, determinare il più grande intorno circolare di tale punto incluso nell'insieme.

Es5- Considerata la funzione reale di variabile reale $f(x) = x^3 + 27$,

1. dimostrare che è biunivoca e determinare la funzione inversa;
2. determinare l'insieme numerico $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \left(f(x) \leq 4 \cdot f(0) \right) \wedge \left(f(x) \geq 2 \cdot f\left(\frac{x}{2}\right) \right) \right\}$.
3. Riconosciuto che A è un intervallo limitato, determinarne l'ampiezza ed il centro.