Esercitazione sugli insiemi numerici

Estremi inferiore e superiore, minimo, massimo

Dei seguenti insiemi numerici di R determinare gli estremi inferiore e superiore, precisando se gli stessi siano rispettivamente minimo e massimo.

1) $A=\{x\in R:(x<-1)\vee(1<x\le 2)\}$ R:Inf(A)= -∞;Max(A)=2

2) $A=\{x\in R:(x^2>1)\wedge(2x+5\ge 0)\}$ R:min(A)=-5/2; Sup(A)=+∞

3) $A=\{x\in R:(|x|\le 1)\wedge(4x^2-1\ge 0)\}$ R: min(A)=-1; Max(A)=1

4) $A=\left\{x\in R:\frac{x^2-1}{x}<0\right\}$ R: Inf(A)=-∞; Sup(A)=1

5) $A=\{x\in R:(\sqrt{2-x}>1)\wedge(x\ge 0)\}$ R:min(A)=0;Sup(A)=1

Elaborazioni

1) L'insieme numerico non è limitato inferiormente, quindi il suo estremo inferiore è -∞. L'estremo superiore è 2, che è anche massimo dell'insieme.

2) L'insieme numerico coincide con l'insieme delle soluzioni del seguente sistema di disequazioni:

$\begin{cases}x^2>1\\2x+5\ge 0\end{cases}$. La prima disequazione ammette come insieme delle soluzioni S_1=]-∞;-1[∪]1;+∞[. La seconda disequazione ammette come insieme delle soluzioni $S_2=\left[-\frac{5}{2};+\infty\right[$. L'insieme numerico A=$S_1$∩$S_2$, quindi risulta $A=\left[-\frac{5}{2};-1\right[\cup]1;+\infty[$. L'estremo inferiore dell'insieme è -5/2, che è anche il minimo e l'estremo superiore è +∞.

3) L'insieme numerico coincide con l'insieme delle soluzioni del seguente sistema di disequazioni:

$\begin{cases}|x|\le 1\\4x^2-1\ge 0\end{cases}$. La prima disequazione è soddisfatta nell'intervallo S_1=[-1;1]; la seconda ammette come insieme delle soluzioni $S_2=\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$. L'insieme A= S_1∩S_2, quindi $A=\left[-1;-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{1}{2};1\right]$. L'insieme A è limitato ed ammette come Inf(A)=-1, Sup(A)=1 e gli stessi sono anche rispettivamente minimo e massimo.

4) $A=\left\{x\in R:\frac{x^2-1}{x}<0\right\}$ Si deve risolvere la disequazione fratta $\frac{x^2-1}{x}<0$.

Risulta $x^2-1>0$ per $\forall x\in$]-∞;-1[∪]1;+∞[.

La frazione $(x^2-1)/x$ assume valore negativo se il numeratore ed il denominatore sono discordi e ciò si verifica se e solo se $(x<-1)\vee(0<x<1)$. Pertanto risulta A=]-∞;-1[∪]0;1[. Inf(A)=-∞; Sup(A)=1.

5) $A=\left\{x\in R:\left(\sqrt{2-x}>1\right)\wedge\left(x\geq 0\right)\right\}$

L'insieme numerico è l'insieme delle soluzioni del seguente sistema di disequazioni:

$\begin{cases}\sqrt{2-x}>1\\ x\geq 0\end{cases}$. Il sistema ammette come insieme delle soluzioni l'intervallo limitato [0;1[. Si conclude che Inf(A)=0 che è anche minimo, Sup(A)=1 che non è massimo per l'insieme perché $1\notin A$.

Studio L2.mat