

Applicazione del concetto di ricorrenza

(Calcolo di radici quadrate con processo iterativo)

Obiettivo

Approssimare il valore delle radici quadrate dei numeri $A, \frac{A}{2}, \frac{A}{3}, \frac{A}{4}, \dots, \frac{A}{k-1}$, essendo A un numero qualsiasi positivo e k naturale maggiore o uguale a due.

Risoluzione

Conseguiamo l'obiettivo posto costruendo la **successione per ricorrenza** definita nel modo che segue. Più avanti si riporta la giustificazione teorica dell'algoritmo iterativo applicato.

- 1) Per il calcolo di $\sqrt{A}$ la definizione del termine generale della successione è

$$x_n = \frac{1}{2} \left(x_{n-1} + \frac{A}{x_{n-1}} \right). \quad (1)$$

Come punto iniziale x_1 si può scegliere un qualsiasi numero positivo.

Per dimostrare l'affermazione si suppone che la successione converga ad un valore $l^{(1)}$ e si osserva che il valore del limite del primo membro della (1) deve essere uguale al valore del limite del secondo membro. Imponendo

- 2) Per il calcolo di $\sqrt{\frac{A}{2}}$ si segue lo stesso procedimento; la formula di ricorrenza è

...

- 3) Per il caso generale $\sqrt{\frac{A}{k-1}}$ il procedimento è analogo.

...

Un aiuto da Excel per ottenere delle approssimazioni veloci. Nella tabella a lato sono riportate alcune elaborazioni ...

Giustificazione teorica della validità della formula di ricorrenza

La formula (1) si deduce dall'applicazione del **metodo delle tangenti** di **Newton-Fourier** per la ricerca dello zero positivo ...

⁽¹⁾ Si osservi che quando una successione è a termini positivi se è convergente il suo limite sarà necessariamente non negativo: $l \geq 0$.