

Esercizi sulle progressioni

⁽¹⁾Progressioni

P1) In una progressione geometrica risulta $a_1 = 3\sqrt{2}$ e la ragione è $q = \sqrt{2}$. Calcolare S_{10} .

P2) Il termine generale di una progressione è $a_k = 5k + 1$, con $k \in N_0$. Precisare il tipo di progressione e calcolare la somma dei primi 100 termini.

Soluzione

P1) Il decimo termine della progressione in esame è

$$a_{10} = a_1 q^9 = 3\sqrt{2} (\sqrt{2})^9 = 3 \cdot 2^5 = 96$$

Calcolo di S_{10} .

Il simbolo S_{10} indica la somma dei primi dieci termini della progressione:

$$S_{10} = \sum_{i=1}^{10} a_i$$

E' noto che

$$S_{10} = a_1 \cdot \frac{1-q^{10}}{1-q} = 3\sqrt{2} \cdot \frac{1-(\sqrt{2})^{10}}{1-\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \cdot \frac{31}{\sqrt{2}-1} = 3\sqrt{2} \cdot \frac{31}{\sqrt{2}-1} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = 93(2+\sqrt{2})$$

P2) $a_k = 5k + 1, k \in N_0$

Osserviamo che il termine successivo ad a_k è

$$a_{k+1} = 5(k+1) + 1 = (5k+1) + 5 = a_k + 5$$

dunque la progressione in esame è aritmetica con ragione $d=5$.

Calcolo della somma S_{100}

Ricordiamo che per la somma dei primi n termini di una progressione aritmetica sussiste la seguente formula:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

Nel caso in esame risulta $a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = \frac{(a_1 + a_{100}) \cdot 100}{2}$.

Poiché risulta

$$a_{100} = a_1 + (100-1)d = 6 + 99 \cdot 5, \text{ segue}$$

$$S_{100} = \frac{(a_1 + a_{100}) \cdot 100}{2} = \frac{(6 + 6 + 99 \cdot 5) \cdot 100}{2} = 25.350$$

⁽¹⁾ Esercizi assegnati in una classe quinta: M6_5I_14-04-11

