

Sulla matrici

Matrici simmetriche, Teorema di Binet

Problema⁽¹⁾

Es_1) Considerata la matrice A riportata a lato risolvere i quesiti che seguono.

Q₁- Determinare gli eventuali valori da attribuire alla variabili x, y, z affinché A sia simmetrica. Per i valori trovati scrivere le espressioni delle corrispondenti matrici.

$$A = \begin{bmatrix} x & x-y^2 & x^2-y \\ x+y & 1 & y^2-x^2 \\ z & 0 & y \end{bmatrix}$$

Q₂- Riconosciuto che esistono tre matrici simmetriche, due delle quali non singolari, indicate queste ultime con A₁, A₂, determinare la matrice prodotto A₁ · A₂ e verificare sulle stesse la tesi del teorema di Binet.

Soluzione

Q₁- Esistono tre matrici simmetriche e sono:

1) Con x = 0, y = 0, z = 0
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2) Con x = 1, y = -1, z = 2
$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

3) Con x = -1, y = -1, z = 2
$$A_2 = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Q₂- $\det(A_1) = -5$, $\det(A_2) = 1$, $A_1 \cdot A_2 = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & -4 & 5 \end{bmatrix}$, $\det(A_1 \cdot A_2) = -5$

N.B. $A_2 \cdot A_1 = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -4 \\ -2 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = (A_1 \cdot A_2)_T$ e risulta comunque $\det(A_2 \cdot A_1) = -5$.

¹ Esercizio assegnato nel compito in classe il 17-10-2009 in 4E