

Disequazioni a soluzione rapida

E1) $\frac{1+x}{1+\sqrt{x}} > 0$

R: $S=[0;+\infty[$

Osservato che la frazione ha senso per $x \geq 0$ per la presenza del radicale $\sqrt{x}$, si deduce immediatamente che per ogni x del dominio la frazione assume valore positivo. Dunque l'insieme delle soluzioni è $[0;+\infty[$.

E2) $\sqrt{1-|x|} - 1 \leq 0$

R: $S=[-1;1]$

La presenza del radicale quadratico richiede che il suo argomento sia non negativo e ciò si verifica per $x \in [-1;1]$. Per questi valori della variabile risulta $1-|x| \leq 1$, quindi anche $\sqrt{1-|x|} \leq 1$.

Concludiamo che la disequazione in esame è soddisfatta nell'intervallo $[-1;1]$.

E3) $1 - |1 - \sqrt{x}| > 0$

R: $S=]0;+\infty[$

La disequazione ha senso per $x \geq 0$; per questi valori l'argomento del valore assoluto è minore o uguale ad uno, valendo l'uguaglianza solo per $x=0$. La disequazione ammette come soluzioni i punti dell'intervallo $]0;+\infty[$.

E4) $\frac{\sqrt{x-\sqrt{-x}}}{x} > 0$

R: $S=\emptyset$

Per l'esistenza della frazione devono sussistere contemporaneamente le seguenti condizioni

$(-x \geq 0), (x - \sqrt{-x} \geq 0), (x \neq 0),$

che però sono incompatibili, perciò la disequazione non ha soluzioni. $S=\emptyset$.

E5) $\sqrt{3+\sqrt{x+\sqrt{x-1}}} \geq 2$

R: $S=[1;+\infty[$

Osserviamo che per la presenza del radicale $\sqrt{x-1}$ deve risultare $x \geq 1$; con questa limitazione il radicale intermedio assume valore maggiore o uguale ad uno e dunque il radicando del radicale più esterno assume valore maggiore o uguale a 4. Concludiamo che la disuguaglianza è verificata per ogni x dell'intervallo $[1;+\infty[$.

E6) $\frac{1-x^2}{\sqrt{x-1}} < 0$

R: $S=]1;+\infty[$

Il radicale $\sqrt{x-1}$ al denominatore richiede la condizione $x-1 > 0$ e per questi valori il denominatore assume valore positivo. Per gli stessi valori della variabile il numeratore assume valore negativo e dunque la disequazione in esame è soddisfatta nell'intervallo $]1;+\infty[$.

E7) $\begin{cases} 1-|x| \geq 0 \\ \sqrt{x+1} > 1 \end{cases}$

R: $S=]0;1]$

La prima disequazione del sistema è soddisfatta nell'intervallo $[-1;1]$; la seconda disequazione è soddisfatta per $x > 0$, perciò il sistema è soddisfatto nell'intervallo $]0;1]$.

E8) $x^3 \sqrt[3]{2^x - 1} > 0$

R: $S=\mathbb{R}_0$

Il radicale non richiede alcuna condizione per la sua esistenza avendo indice dispari ed assume valore positivo per $x > 0$, negativo per $x < 0$. Tendo conto del fattore x che lo precede si conclude che il prodotto è positivo per ogni x diverso da zero. L'insieme delle soluzioni della disequazione è perciò tutto $\mathbb{R}$ escluso lo zero: $\mathbb{R}_0$.

E9) $x^2 + (x-1)^4 \leq 0$

R: $S=\emptyset$

Il polinomio al primo membro è definito su tutto l'asse reale ed essendo la somma di due potenze con esponente pari assume valore non negativo per ogni valore della variabile. La somma di due potenze con esponente pari si annulla solo se contemporaneamente le basi delle due potenze si

annullano e poiché ciò non si verifica per alcun valore di x si conclude che la disequazione in esame non è soddisfatta per nessun x . $S=\emptyset$.

E10) $\frac{3-x}{1+\sqrt{x}} > 0$

R: $S=[0;3[$

La frazione ha senso per $x \geq 0$ e per questi valori il denominatore è maggiore o uguale ad uno. Ciò premesso, osserviamo che la frazione assume valore positivo se e solo se lo è il suo numeratore e ciò si verifica per $x < 3$. Concludiamo che l'insieme delle soluzioni della disequazione è $[0;3[$.

E11) $x > \sqrt{-x-1}$

R: $S=\emptyset$

Osserviamo che il radicale ha senso per $x \leq -1$; per questi valori il primo membro della disequazione è negativo, mentre il secondo membro è non negativo, pertanto la disuguaglianza non può essere verificata. L'insieme delle soluzioni della disequazione è vuoto.

E12) $\sqrt{1-x} + \sqrt[4]{-x} > 0$

R: $S =]-\infty; 0]$

La disequazione ha senso se sono soddisfatte le due condizioni

$$1-x \geq 0, \quad -x \geq 0,$$

che risolte forniscono la limitazione $x \leq 0$. Per questi valori di x i due radicali sono non negativi e non si annullano contemporaneamente, dunque la loro somma è strettamente positiva.

Concludiamo che l'insieme delle soluzioni della disequazione coincide con il suo dominio:

$$S =]-\infty; 0]$$

E13) $\sqrt[4]{x+1} + \sqrt{4x} \geq \sqrt{1-x}$

R: $S = [0;1]$

La disequazione è definita nell'intervallo $[0;1]$; per ciascun valore del dominio il primo radicale del primo membro assume valore maggiore o uguale ad uno, ed il secondo radicale assume valore non negativo. Poiché il radicale al secondo membro assume valore minore o uguale ad uno si conclude che la disequazione è in tutto il dominio di definizione.