

ALGEBRA

Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche¹

Es_2) Dopo aver rappresentato nello stesso riferimento cartesiano le curve λ_1, λ_2 di equazioni $\lambda_1: y = \log_2(2x+1), \lambda_2: y = \log_{\frac{1}{4}}(x+1)$, risolvere

l'equazione $\log_2(2x+1) = \log_{\frac{1}{4}}(x+1)$

e la disequazione $\log_2(2x+1) < \log_{\frac{1}{4}}(x+1)$

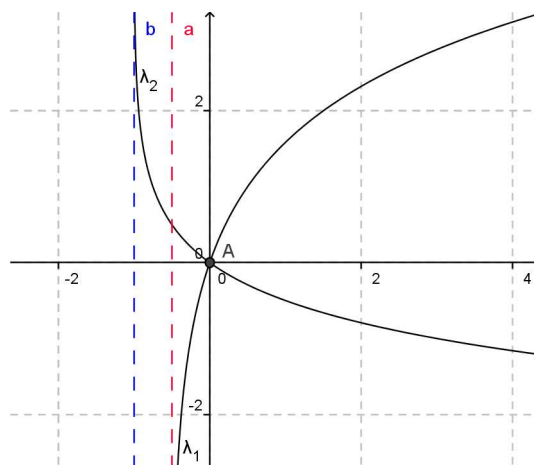
Soluzione

Le due curve sono rappresentate nella figura a lato, esse si intersecano nell'origine degli assi e tenendo presenti le proprietà di monotonia delle corrispondenti funzioni si conclude che $x=0$ è l'unico punto di intersezione.

L'insieme delle soluzioni della disequazione

$$\log_2(2x+1) < \log_{\frac{1}{4}}(x+1)$$

$$\text{è } S = \left] -\frac{1}{2}; 0 \right[.$$



Es_3) Risolvere l'equazione $e^{\frac{x}{2}} = 2 - x$ riconoscendo che ammette un'unica radice $x=\alpha$, della quale si richiede un valore approssimato con errore inferiore a $1/10$.

Soluzione

Dopo aver rappresentato i diagrammi della funzione esponenziale $y = e^{\frac{x}{2}}$ e della retta $s: y = 2 - x$, con semplici considerazioni si evince che l'equazione proposta è soddisfatta solo per $x=\alpha$, essendo $0 < \alpha < 2$.

Per ottenere valori approssimati migliori si può implementare un metodo iterativo per la ricerca, per esempio il metodo di bisezione, e pervenire via via alla soluzione che presenta il grado di precisione richiesto.

Di seguito riportiamo la guida per realizzare un foglio di lavoro con Excel che risolve il problema in esame.

1) Per calcolare il valore di $f(x)$ si deve scrivere in E6
=EXP(D6/2)+D6-2

e copiare la formula nelle celle sottostanti della zona E7:E26.

2) Il controllo sugli estremi dell'intervallo contenente la radice $x=a$ è effettuato la prima volta nella cella B7, quindi in C7 e poi in tutte le celle della zona B8:C26.

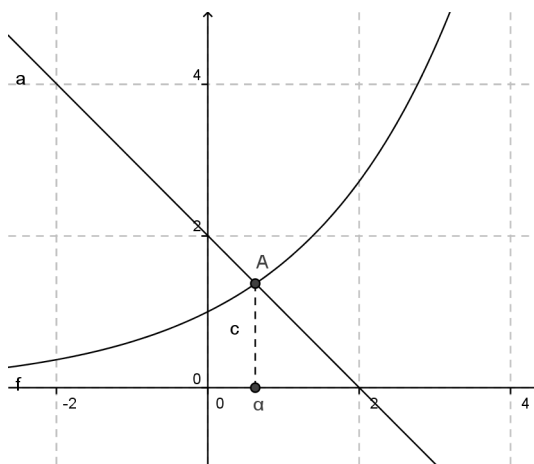
Il controllo in B7 è =SE(E6<0;D6;B6) che implementa il seguente processo:

se $\exp(X_m/2) < 2 - X_m$

allora X_m si trova a sinistra di $x=a$ ed allora

l'estremo x_1 dell'intervallo deve essere aggiornato con X_m , altrimenti rimane il valore precedente;

il controllo nella colonna C è =SE(E6>0;D6;C6) che implementa il seguente processo :



¹ Esercizi assegnati nel compito in classe M6_4E-13-05-10

Per la classe quarta del Liceo Scientifico

se $\exp(X_m/2) > 2 - X_m$

allora X_m si trova a destra di $x=a$ ed allora l'estremo x_2 dell'intervallo deve essere aggiornato con X_m , altrimenti rimane il valore precedente.

La prima approssimazione con errore minore di 0,1 è

$X_m = 0,6875000$

[Apri il foglio elettronico](#) per ottenere altre elaborazioni.

a=0		b=2	$\alpha = x_m$		
n	x_1	x_2	$x_m = (x_1 + x_2)/2$	$f(x_m)$	$l = (x_2 - x_1)/2$
0	0,0000000	2,0000000	1,0000000	0,648721	1,0000000
1	0,0000000	1,0000000	0,5000000	-0,215975	0,5000000
2	0,5000000	1,0000000	0,7500000	0,204991	0,2500000
3	0,5000000	0,7500000	0,6250000	-0,008162	0,1250000
4	0,6250000	0,7500000	0,6875000	0,097726	0,0625000
5	0,6250000	0,6875000	0,6562500	0,044613	0,0312500
6	0,6250000	0,6562500	0,6406250	0,018183	0,0156250
7	0,6250000	0,6406250	0,6328125	0,005000	0,0078125
8	0,6250000	0,6328125	0,6289063	-0,001584	0,0039063
9	0,6289063	0,6328125	0,6308594	0,001708	0,0019531
10	0,6289063	0,6308594	0,6298828	0,000062	0,0009766
11	0,6289063	0,6298828	0,6293945	-0,000761	0,0004883
12	0,6293945	0,6298828	0,6296387	-0,000350	0,0002441
13	0,6296387	0,6298828	0,6297607	-0,000144	0,0001221
14	0,6297607	0,6298828	0,6298218	-0,000041	0,0000610
15	0,6298218	0,6298828	0,6298523	0,000010	0,0000305
16	0,6298218	0,6298523	0,6298370	-0,000015	0,0000153
17	0,6298370	0,6298523	0,6298447	-0,000002	0,0000076
18	0,6298447	0,6298523	0,6298485	0,000004	0,0000038
19	0,6298447	0,6298485	0,6298466	0,000001	0,0000019
20	0,6298447	0,6298466	0,6298456	-0,000001	0,0000010