

## Esercitazione sui numeri complessi

### Equazioni di secondo grado e di grado superiore a coefficienti reali

#### 1) Calcolo di radici quadrate di numeri negativi

Calcolare le seguenti radici quadrate

$$\sqrt{-1}, \sqrt{-4}, \sqrt{-8}, \sqrt{-\frac{3}{4}}, \sqrt{-\frac{25}{9}}, \sqrt{-0,1^2+0,01^2}$$

#### Soluzione

Considerato un numero complesso  $z$ , per radice quadrata del numero, indicata con  $\sqrt{z}$ , si intende un numero complesso il cui quadrato è  $z$ .

Di un qualsiasi numero complesso  $z$  diverso da zero esistono due radici quadrate che sono due numeri opposti tra loro. Ciò premesso osserviamo che

$$i^2 = -1 \text{ e } (-i)^2 = -1$$

dunque le due radici quadrate del numero  $-1$  sono  $i$  e  $-i$ . Possiamo scrivere sinteticamente

$$\sqrt{-1} = \pm i$$

Calcolo delle altre radici quadrate assegnate.

$$\sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot (-1)} = 2\sqrt{-1} = \pm 2i$$

$$\sqrt{-8} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{-1} = \pm 2\sqrt{2}i$$

$$\sqrt{-\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{-1} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$\sqrt{-\frac{25}{9}} = \frac{5}{3} \sqrt{-1} = \pm \frac{5}{3}i$$

$$\sqrt{-0,1^2+0,01^2} = \sqrt{-\frac{1}{100} + \frac{1}{10000}} = \sqrt{-\frac{99}{10000}} = \frac{3\sqrt{11}}{100} \cdot \sqrt{-1} = \pm \frac{3\sqrt{11}}{100}i$$

\*\*\* \*\*

#### 2) Equazioni di secondo grado a coefficienti reali.

Risolvere le seguenti equazioni

- a)  $z^2 + 9 = 0$ ;      b)  $4z^2 + 1 = 0$ ;      c)  $z^2 + \sqrt{2} = 0$ ;  
d)  $z^2 - 4z + 5 = 0$ ;      e)  $4z^2 + (z+1)^2 = 0$ ;      f)  $2z^2 + \sqrt{6}z + 1 = 0$   
g)  $(2z-1)^2 + 2 = 0$       h)  $z^2 + (3z+1)^2 = 0$       i)  $3z^2 - 4z + 12 = 0$

#### 3) Equazioni di grado superiore al secondo a coefficienti reali.

Risolvere le seguenti equazioni

a)  $z^3 + 8 = 0$

$$S = \{-2; 1-i\sqrt{3}; 1+i\sqrt{3}\}$$

b)  $2z^4 + 3z^2 - 2 = 0$

$$S = \left\{ i\sqrt{2}; -i\sqrt{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

c)  $z^4 + 3z^2 + 4 = 0$

$$S = \left\{ -\frac{1+i\sqrt{7}}{2}; \frac{i\sqrt{7}-1}{2}; \frac{1-i\sqrt{7}}{2}; \frac{1+i\sqrt{7}}{2} \right\}$$

d)  $z^4 + 2z^2 + 9 = 0$

$$S = \{-1-i\sqrt{2}; -1+i\sqrt{2}; 1-i\sqrt{2}; 1+i\sqrt{2}\}$$

e)  $16z^4 - 24z^2 + 25 = 0$

$$S = \left\{ -1-\frac{1}{2}i; -1+\frac{1}{2}i; 1-\frac{1}{2}i; 1+\frac{1}{2}i \right\}$$